

Qué es una partícula II: Hawking versus Unruh

Fenómenos de radiación en Teoría Cuántica de Campos en espacios curvos

Luis Cortés Barbado

Departamento de Astronomía Extragaláctica
Instituto de Astrofísica de Andalucía

Charla Manuel Félix Herrera Gómez
Miércoles 14 de mayo de 2014

Esquema

Qué es una partícula

Recordando: el oscilador armónico
Partículas de un campo cuántico

Introduciendo la gravedad

El problema de la curvatura
Creación cosmológica de partículas
El efecto Unruh

Campos cuánticos en agujeros negros

Agujeros negros y colapso
La radiación de Hawking

Hawking versus Unruh

El oscilador armónico en mecánica cuántica

- Hamiltoniano

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

- Base de autoestados

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \dots$$

- Con operadores creación a^\dagger y destrucción a

•

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(a^\dagger + a), \quad p = i\sqrt{\frac{\hbar m\omega}{2}}(a^\dagger - a)$$

•

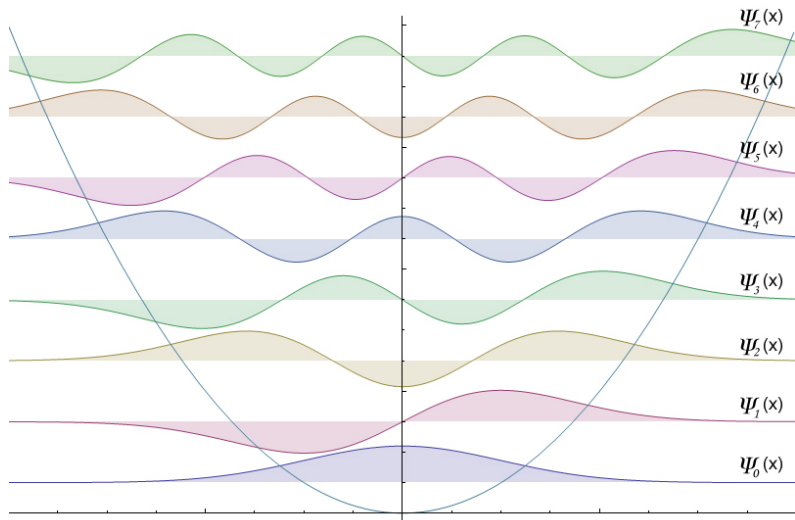
$$a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$$

- El operador número

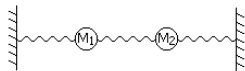
$$N = a^\dagger a \quad \Rightarrow \quad N|n\rangle = n|n\rangle$$



Estados del oscilador armónico



Dos osciladores acoplados



- Estado

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

- Hamiltoniano

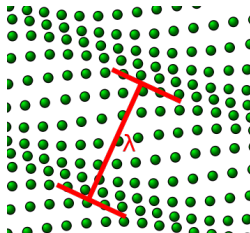
$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}$$

- Diagonalizando...

$$H = \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{pmatrix}$$

- Dos modos normales de vibración

Muchos osciladores. Paradigma: sólido cristalino



- Los osciladores son las moléculas de la red
- Los modos normales son los fonones (cuasipartículas)
- Si nos alejamos del tamaño de celda de la red, podemos prescindir de su naturaleza discreta



El campo cuántico

- Campo escalar clásico

$$\phi(t, \mathbf{x})$$

- Desarrollo en serie de Fourier

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \left[a_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x}) + a_{\mathbf{k}}^{\dagger} u_{\mathbf{k}}^{*}(t, \mathbf{x}) \right]$$

- Donde las $u_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x})$ son los modos normales

$$u_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x}) \propto e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - i\omega t}$$

- Cuantizamos: los coeficientes “clásicos” $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ y $a_{\mathbf{k}}$ pasan a ser operadores cuánticos de creación y destrucción
- ¡Pero estos operadores no son los a y a^{\dagger} de los osciladores armónicos!
- ¿Qué se crea o se destruye? → Excitaciones de modos normales, es decir, **partículas**



El espacio de Fock

- Es el espacio de Hilbert de un campo cuántico
- Estado de vacío

$$|0\rangle$$

- Estados con partículas
 - Con una partícula de momento \mathbf{k}

$$a_{\mathbf{k}}^{\dagger}|0\rangle = |1_{\mathbf{k}}\rangle$$

- Con una partícula de momento \mathbf{k} y otra de \mathbf{k}'

$$a_{\mathbf{k}'}^{\dagger}|1_{\mathbf{k}}\rangle = |1_{\mathbf{k}}, 1_{\mathbf{k}'}\rangle$$

- Con dos partículas de momento \mathbf{k} y una de \mathbf{k}'

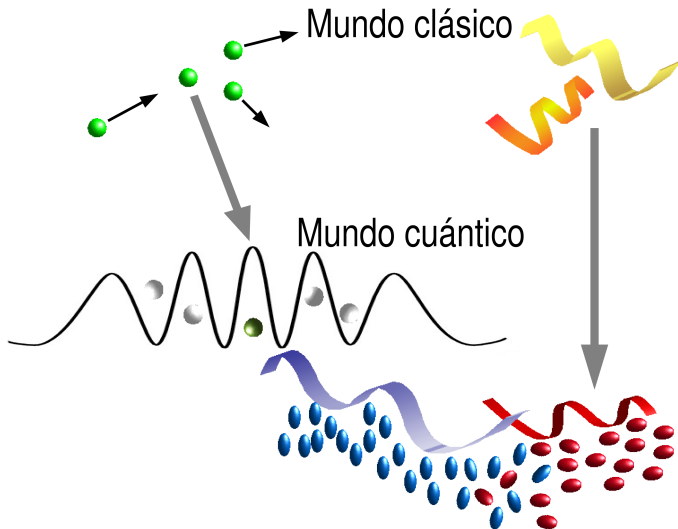
$$\frac{1}{\sqrt{2}}a_{\mathbf{k}}^{\dagger}|1_{\mathbf{k}}, 1_{\mathbf{k}'}\rangle = |2_{\mathbf{k}}, 1_{\mathbf{k}'}\rangle$$

- Y el operador número

$$N_{\mathbf{k}} = a_{\mathbf{k}}^{\dagger}a_{\mathbf{k}} \quad \Rightarrow \quad N_{\mathbf{k}}|\dots, n_{\mathbf{k}}, \dots\rangle = n_{\mathbf{k}}|\dots, n_{\mathbf{k}}, \dots\rangle$$



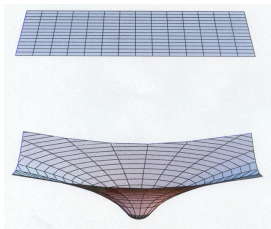
Intuitivamente...



¿Qué había implícito en la construcción?

- Los modos normales $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-i\omega t}$ los hemos construido usando las coordenadas rectangulares (x, y, z, t)
- Esas coordenadas están ligadas a las simetrías del espacio-tiempo **plano** de Minkowski
- Estas simetrías constituyen el grupo de Poincaré (traslaciones, rotaciones y boosts) que relacionan entre sí a los observadores inerciales
- El vacío del espacio de Fock es invariante bajo el grupo de Poincaré

¿Y cuando curvamos el espacio-tiempo...?



- En general, no tenemos simetrías
- En general, no tenemos coordenadas “privilegiadas” con las que definir los modos normales
- La construcción anterior se torna ambigua
- Los observadores inerciales ahora son observadores en caída libre
- Para ciertos conjuntos de observadores con ciertas simetrías, se podrán hacer construcciones similares a la anterior
- Pero las construcciones variarán de un conjunto de observadores a otro



Sólo un par de cuentas...

- Un conjunto de observadores dice...

...el campo: $\phi(t, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \left[a_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x}) + a_{\mathbf{k}}^{\dagger} u_{\mathbf{k}}^{*}(t, \mathbf{x}) \right]$

...y nuestro vacío: $|0\rangle$

- Y otro les dice...

...pues el campo: $\phi(t, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \left[\bar{a}_{\mathbf{k}} \bar{u}_{\mathbf{k}}(t, \mathbf{x}) + \bar{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \bar{u}_{\mathbf{k}}^{*}(t, \mathbf{x}) \right]$

...y nuestro vacío: $|\bar{0}\rangle$

- Alguien les traduce...

$$a_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} \left[\alpha_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \bar{a}_{\mathbf{k}'} + \beta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{*} \bar{a}_{\mathbf{k}'}^{\dagger} \right]$$

$$a_{\mathbf{k}}^{\dagger} = \sum_{\mathbf{k}'} \left[\beta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \bar{a}_{\mathbf{k}'} + \alpha_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{*} \bar{a}_{\mathbf{k}'}^{\dagger} \right]$$

- Y entonces los primeros miden...

$$\langle \bar{0} | N_{\mathbf{k}} | \bar{0} \rangle = \langle \bar{0} | a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} | \bar{0} \rangle = \dots = \sum_{\mathbf{k}'} |\beta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}|^2 \neq 0$$

Creación cosmológica de partículas

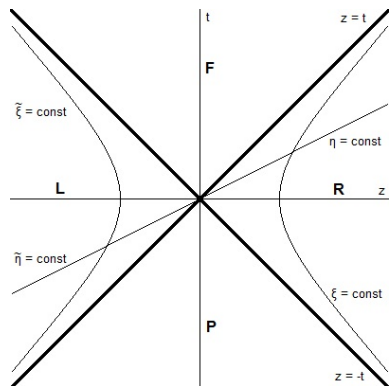
- La variación en la métrica hace que el vacío $|0, \text{in}\rangle$ y el $|0, \text{out}\rangle$ sean distintos
- Si los observadores inerciales en el pasado no detectaban partículas, el estado es $|0, \text{in}\rangle$
- Pero los del futuro sí detectan partículas en $|0, \text{in}\rangle$
- La expansión cosmológica ha creado partículas

Observadores acelerados



- En su momento, dijimos que el vacío de Minkowski era el mismo para todos los observadores **inerciales**
- Pero... ¿qué pasa con los observadores acelerados?
- Los modos normales para estos observadores mezclan frecuencias positivas y negativas de modos Minkowski
- El vacío que definen es diferente

El efecto Unruh



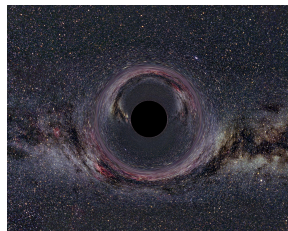
- Calculamos el espectro percibido para una aceleración a

$$\sum_{\mathbf{k}'} |\beta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}|^2 \propto \frac{1}{e^{2\pi\omega/a} - 1}$$

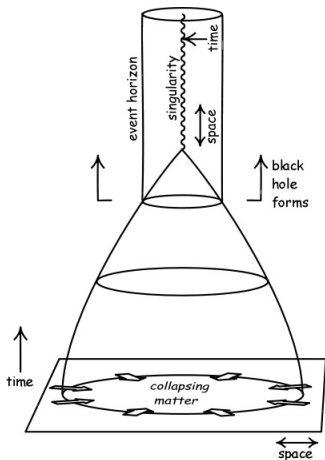
- Esto es un espectro térmico con temperatura $T = \hbar a / (2\pi c k)$
- Este es el resultado principal del **efecto Unruh**
- La energía del espectro procede del mecanismo de aceleración.

Los agujeros negros

- Son regiones del espacio-tiempo separadas por un horizonte de sucesos
- Clásicamente, nada puede escapar del horizonte de sucesos, ni tan siquiera la luz
- Caso más sencillo: métrica de Schwarzschild. Agujero negro esféricamente simétrico y estático

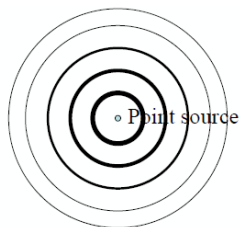


Colapso gravitatorio



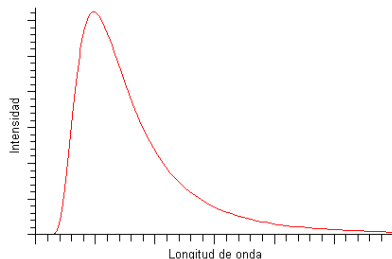
- Los agujeros negros se forman por el colapso de estrellas suficientemente masivas
- Es el proceso dinámico de colapso el que dará lugar a la radiación de Hawking
- El tiempo de colapso es breve visto desde el horizonte, pero indefinidamente largo desde el exterior
- Este hecho es el que hace que se trate de una radiación (casi) constante

Modos salientes durante el colapso



- Nos centramos en los modos salientes con simetría esférica (ondas s)
- El estado es el vacío $|0, in\rangle$ para los observadores inerciales muy lejanos **antes del colapso**
- Cuando el colapso está muy avanzado, los modos naturales para estos observadores han sido fuertemente modificados
- Estos observadores ya no describen el mismo vacío, sino otro vacío $|0, out\rangle$

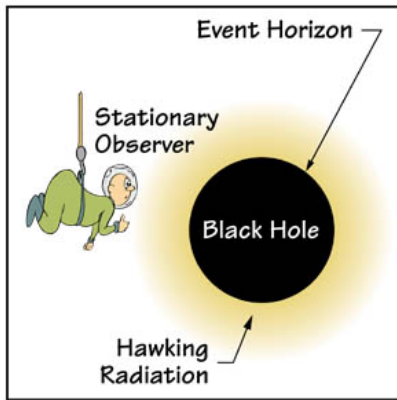
La radiación de Hawking



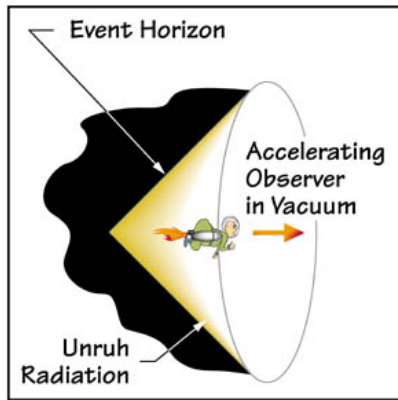
- En el estado $|0, in\rangle$, estos observadores perciben un espectro térmico con temperatura $T = \hbar c^3 / (8\pi GMk)$
- Esta es la **radiación de Hawking**
- La energía de la radiación procede del agujero negro
- Si no están presentes otros mecanismos, esta radiación iría “evaporando” el agujero negro

Hawking y Unruh: analogía

EVENT HORIZONS: From Black Holes to Acceleration



A stationary observer outside the black hole would see the thermal Hawking radiation.

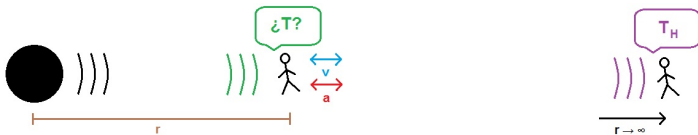


An accelerating observer in vacuum would see a similar Hawking-like radiation called Unruh radiation.

La función de temperatura efectiva

- Hemos utilizamos un método que define una **temperatura efectiva** $T(\tau)$ para la radiación
- Esta función nos da la temperatura de la radiación percibida por un observador en un determinado estado de vacío cuántico
- Solo tiene significado estricto de temperatura bajo una cierta condición adiabática (variación lenta)
- Con ella estudiamos cómo perciben la radiación Hawking distintos observadores en la región externa a un agujero negro

Percepción de la radiación de Hawking



•

$$T(\tau) = \sqrt{\frac{1-v}{1+v}} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{2M}{r}}} \left(T_H - \frac{M}{r^2} \right) + a$$

- Aparece la **radiación de Hawking** con el correspondiente **factor Doppler** y el **blue-shift gravitacional**
- También aparece lo que parece ser la contribución del **efecto Unruh**
- ¿De dónde sale la contribución $-M/r^2$?

Hawking versus Unruh

- La parte correspondiente a la radiación emitida por el agujero solo puede ser

$$\sqrt{\frac{1-v}{1+v}} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{2M}{r}}} T_H$$

- El resto

$$\sqrt{\frac{1-v}{1+v}} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{2M}{r}}} \left(-\frac{M}{r^2} \right) + a$$

corresponde a la aceleración del observador **con respecto a la región asintótica**

- Es esta aceleración, y no la aceleración propia, la que determina el efecto Unruh

