

# ¿Qué es una simulación cosmológica?

*Sesiones* **ccd** Instituto de Astrofísica de Andalucía (CSIC)

2 Mpc/h

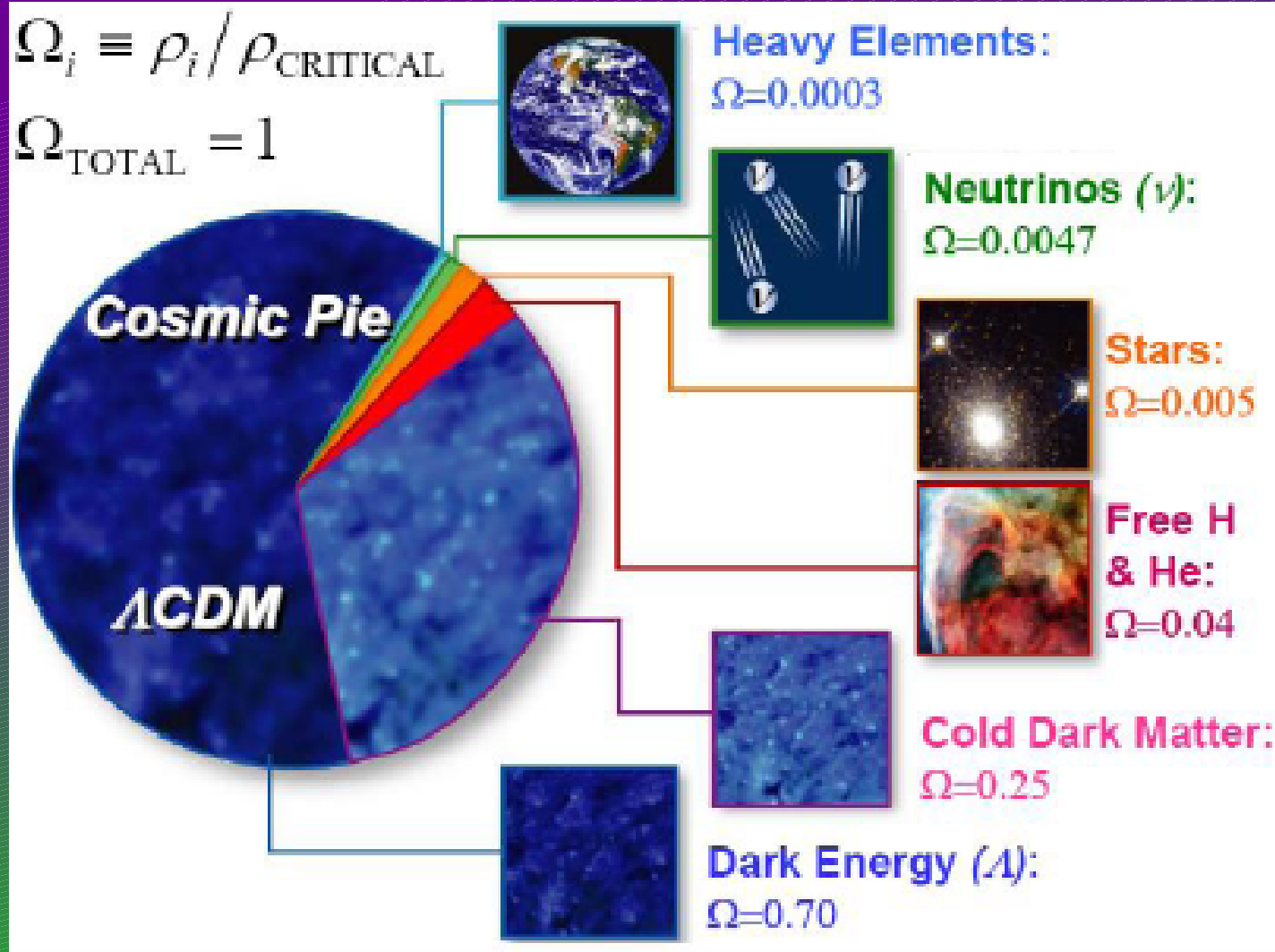


Antonio José Cuesta Vázquez

# Esquema

- Introducción
- Método:
  - condiciones iniciales
  - evolución
- (Algunas) aplicaciones
- Simulaciones recientes

# Composición del Universo



# ¿Cómo abordar el problema?

- En lugar de una descripción continua (tipo ecuación de Boltzmann *sin colisiones*), usamos una descripción discreta: colocamos una enorme cantidad de partículas, que trazan la distribución de materia (es decir, estamos haciendo un muestreo Monte Carlo del espacio de las fases)
- Aun así, no es sencillo: calcular las fuerzas  $F_{ij}$  que sienten todas las partículas debido a todas las demás requiere un número de operaciones del orden de  $N^2$ , y queremos que  $N$  sea grande para que el muestreo sea lo mejor posible.
- Pero se puede reducir a  $N \log N$ ...! --> Particle-Mesh (Klypin & Shandarin 1980). Las interacciones entre partículas de materia oscura son mucho más pequeñas que la fuerza debido al potencial promedio que crean. Por tanto, se puede resolver la ecuación de Poisson en un retículo.... y usar la *FFT*!!

# Ecuaciones de movimiento (N-body)

- El problema se reduce a resolver la interacción gravitatoria mutua de  $N$  partículas!!

$$\frac{dr}{dt} = u \quad \frac{du}{dt} = -\nabla \Phi$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho_{tot}$$

- Pero hay que tener en cuenta la expansión del Universo, que añade el inconveniente que el sistema que estudiamos cambia de tamaño. Este efecto desaparece si usamos coordenadas *comóviles* y velocidades *peculiares*.

$$\frac{r}{a} = x \quad u - Hr = v$$

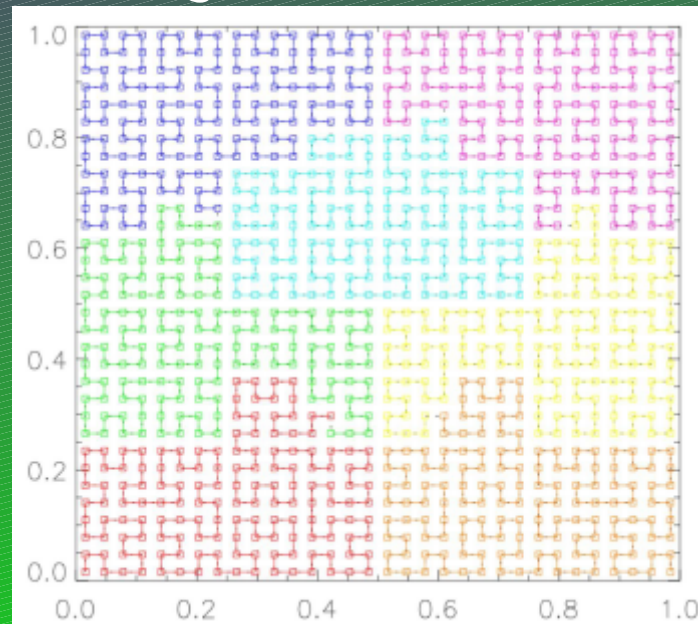
$$\phi = \Phi + 1/2 a \ddot{a} (r/a)^2$$

$$\frac{dx}{da} = \frac{p}{\dot{a} a^2} \quad \frac{dp}{da} = \frac{-\nabla \phi}{\dot{a}}$$

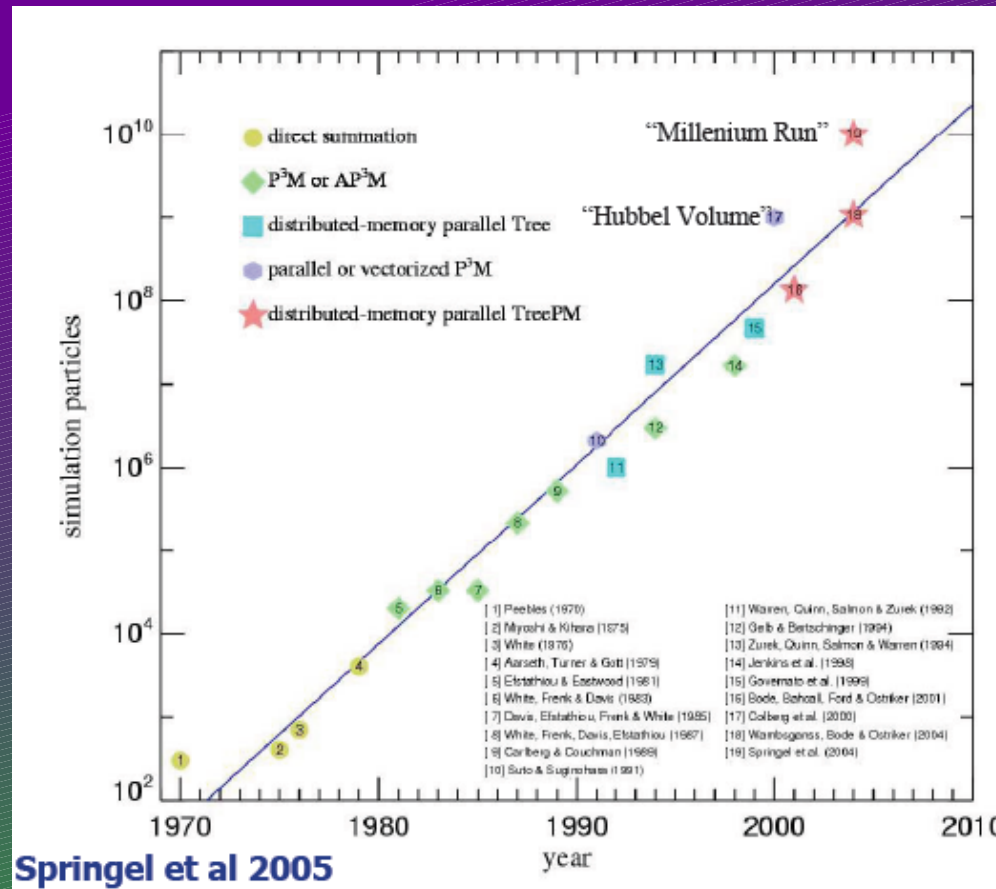
$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \Omega_{m,0} \rho_{c,0} a^{-1} \delta$$

# Paralelización

- El número de cálculos es enorme (del orden de  $N_p + N_c \log N_c$ ), con lo cual simulaciones grandes requieren multitud de procesadores para que se puedan concluir en un tiempo razonable.
- Para poder hacer uso de estos recursos, se hace uso de programación en paralelo, bien con memoria compartida (OpenMP), o bien con memoria distribuida (MPI)
- Para compensar la carga entre procesadores, se les asigna un conjunto de partículas que puede variar ligeramente entre iteraciones



# Ley de Moore

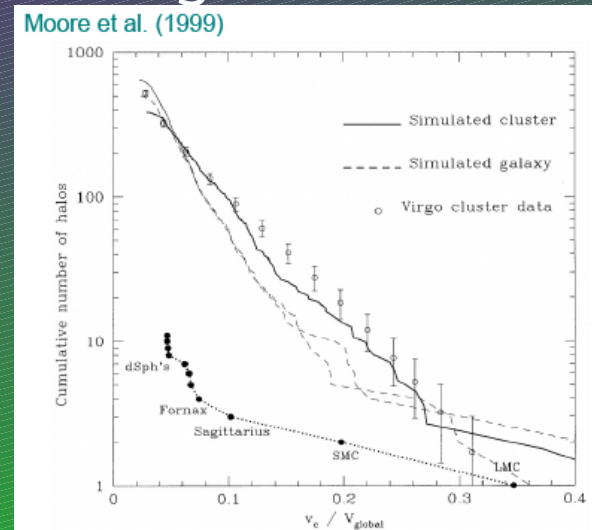
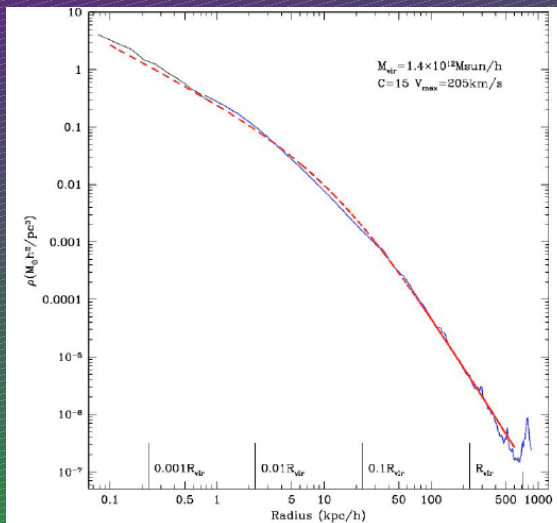


El *rango dinámico* de las simulaciones crece exponencialmente:

- ... por los avances en la tecnología (ordenadores más potentes)
- ... y por los avances en los algoritmos (paralelización optimizada)

# Las teorías cosmológicas a prueba

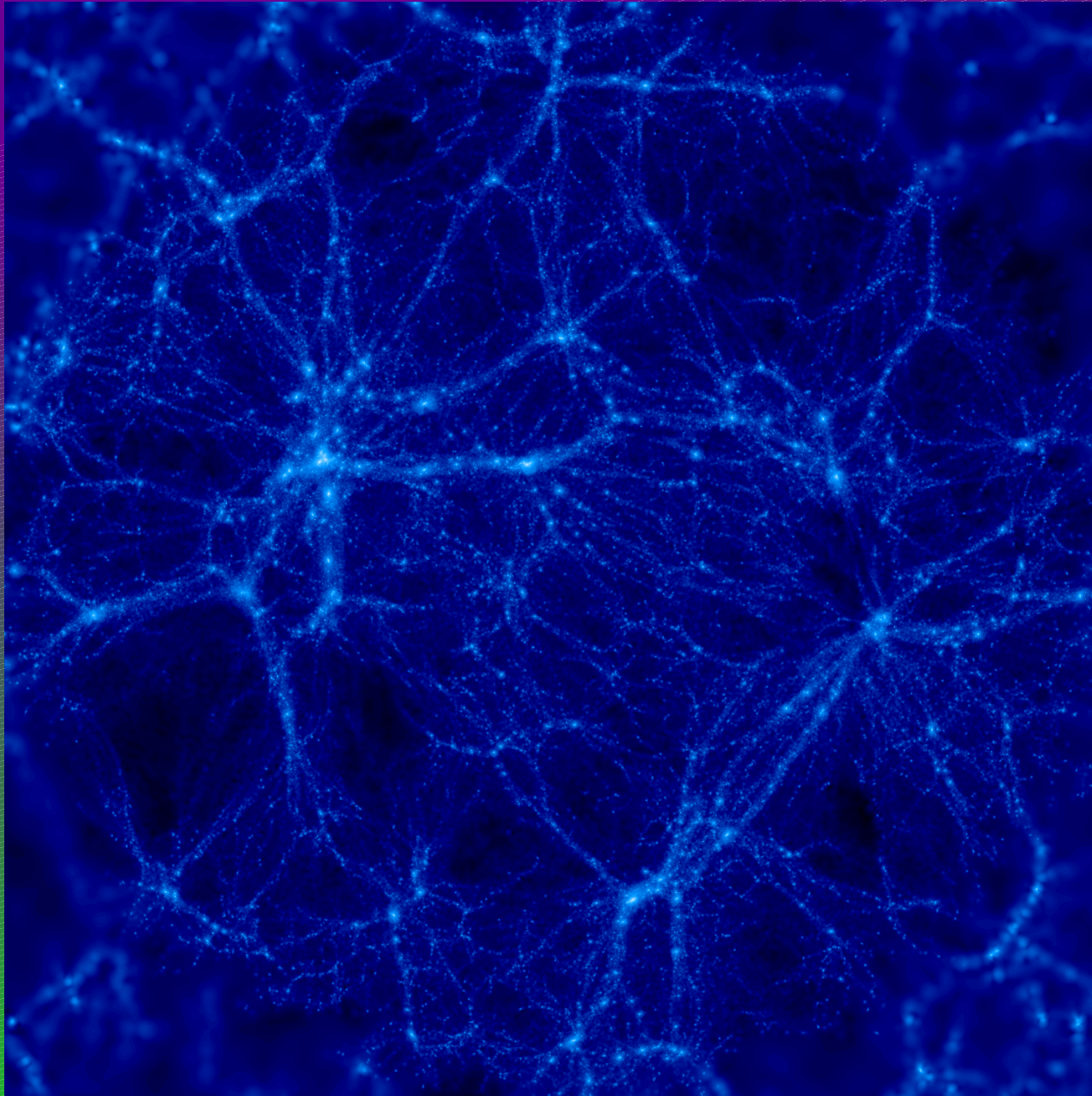
- La teoría  $\Lambda$ CDM no está exenta de problemas:
  - El problema de los halos con cúspide
  - El problema de los satélites perdidos
  - El problema del momento angular



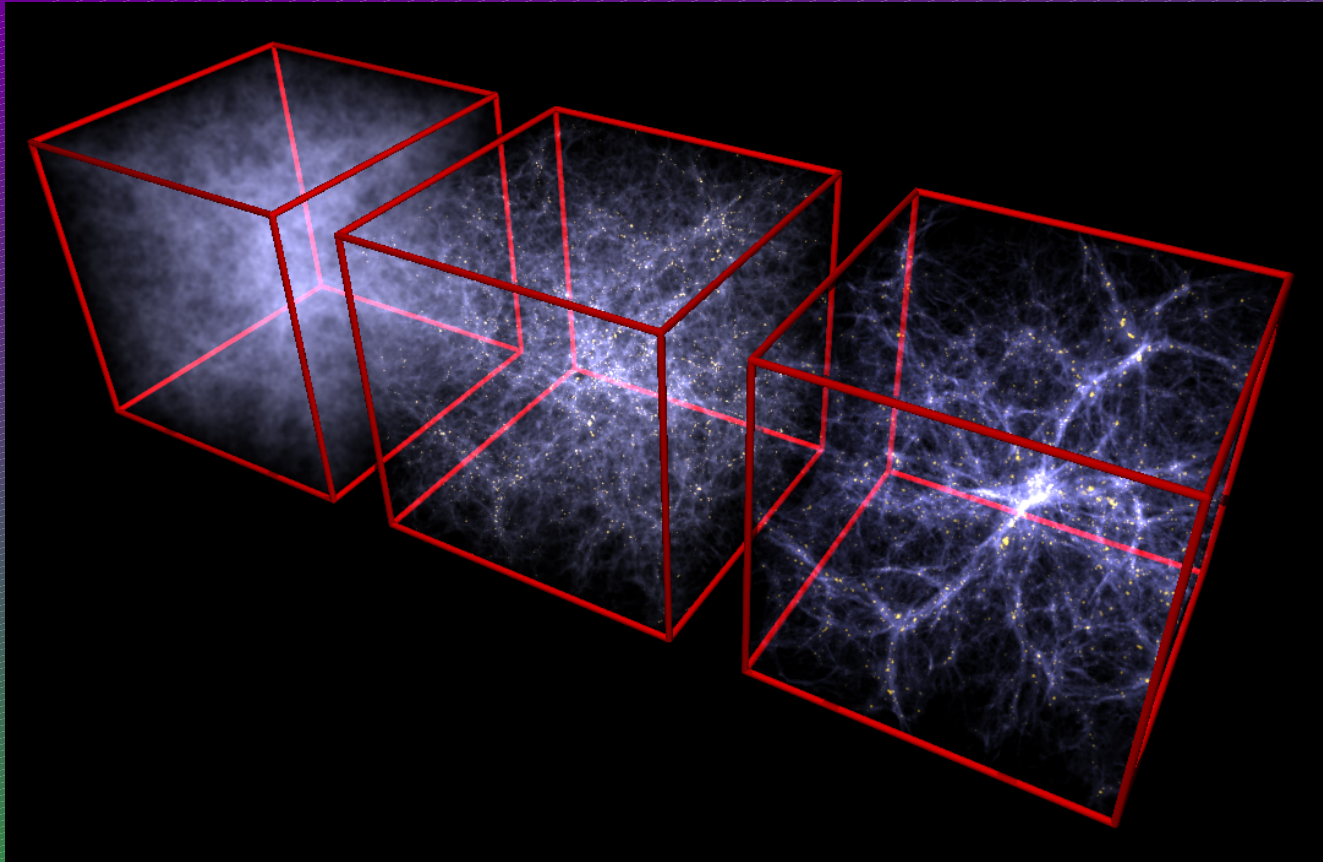
- Hay que explorar a fondo todas las consecuencias de la teoría (algunas solamente accesibles mediante simulaciones), y estudiar si la incorporación de otros elementos lo pueden resolver



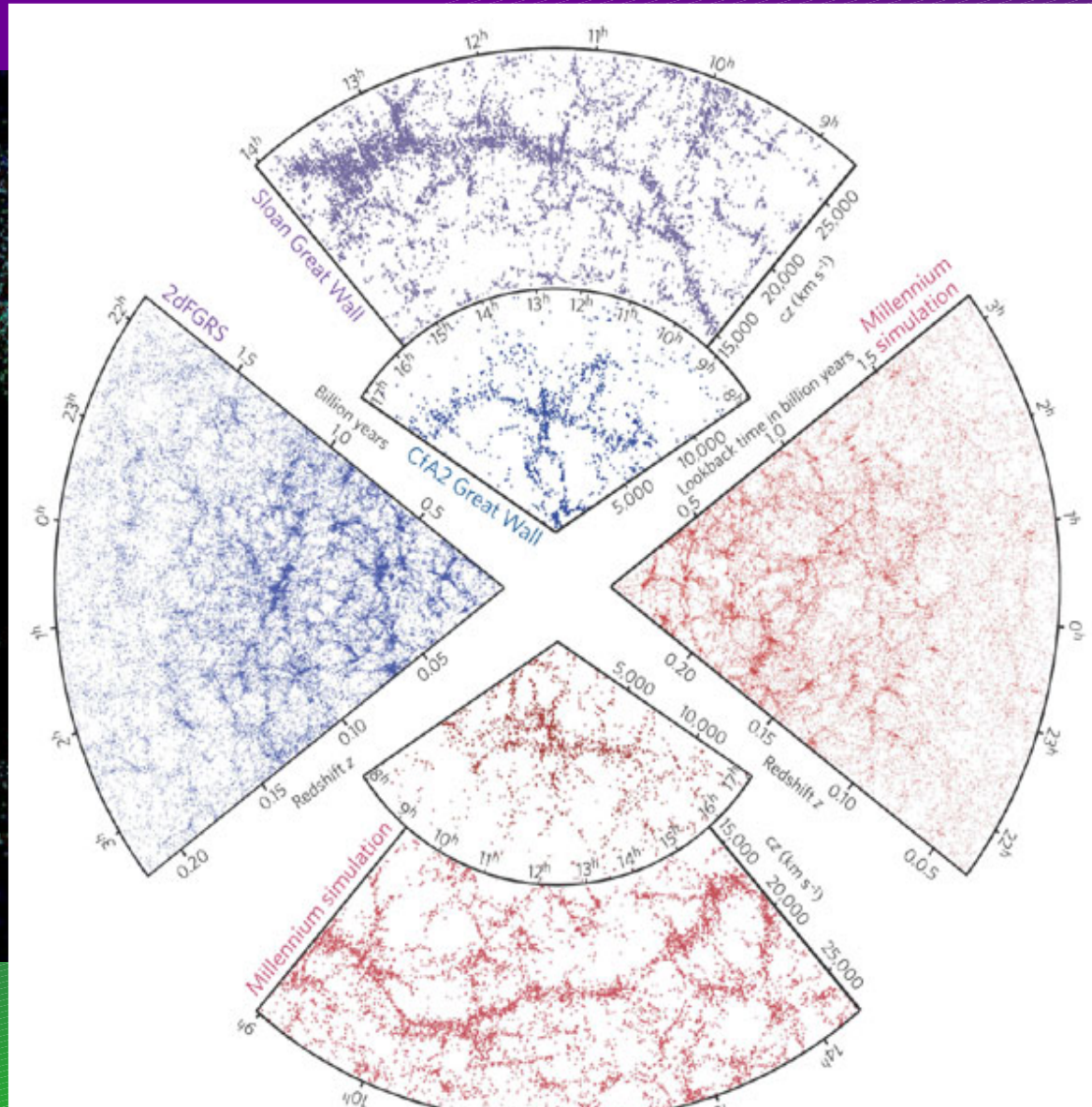
# Formación jerárquica



El Universo... ¡en una caja!



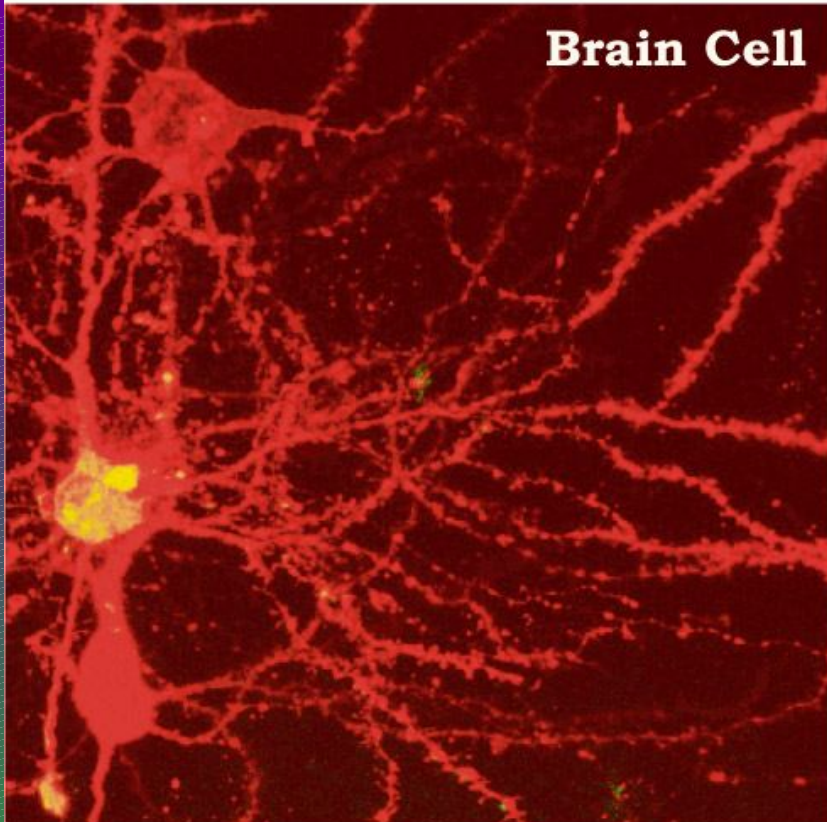
# La estructura a gran escala...



Springel et al. 2006

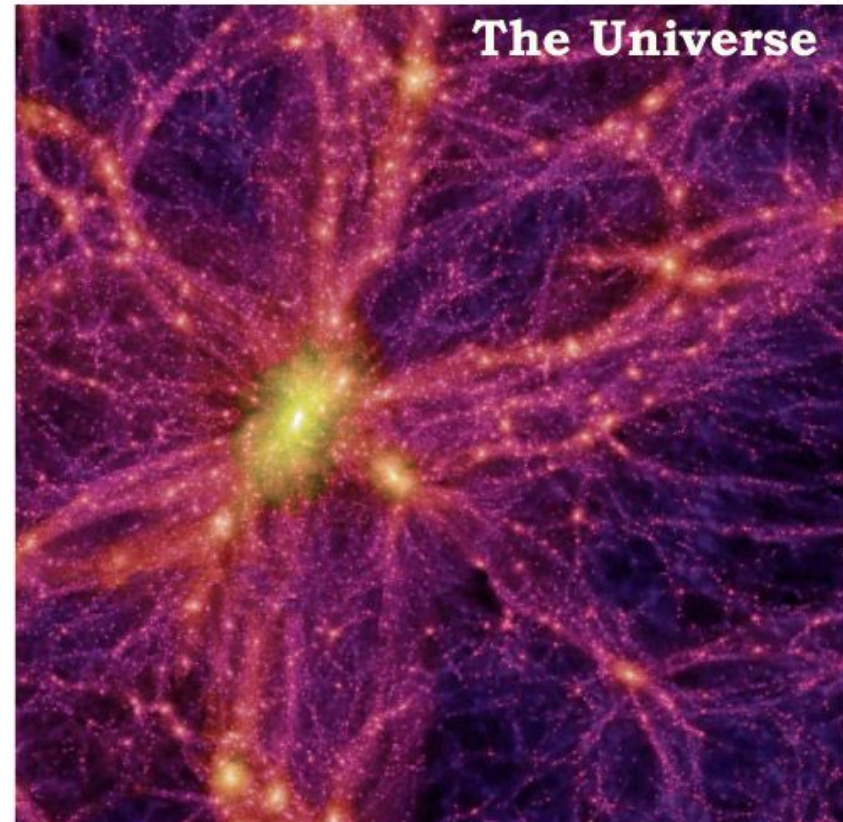
# ... y a pequeña escala!

One is only micrometers wide. The other is billions of light-years across. One shows neurons in a mouse brain. The other is a simulated image of the universe. Together they suggest the surprisingly similar patterns found in vastly different natural phenomena. *DAVID CONSTANTINE*



Mark Miller

Mark Miller, a doctoral student at Brandeis University, is researching how particular types of neurons in the brain are connected to one another. By staining thin slices of a mouse's brain, he can identify the connections visually. The image above shows three neuron cells on the left (two red and one yellow) and their connections.



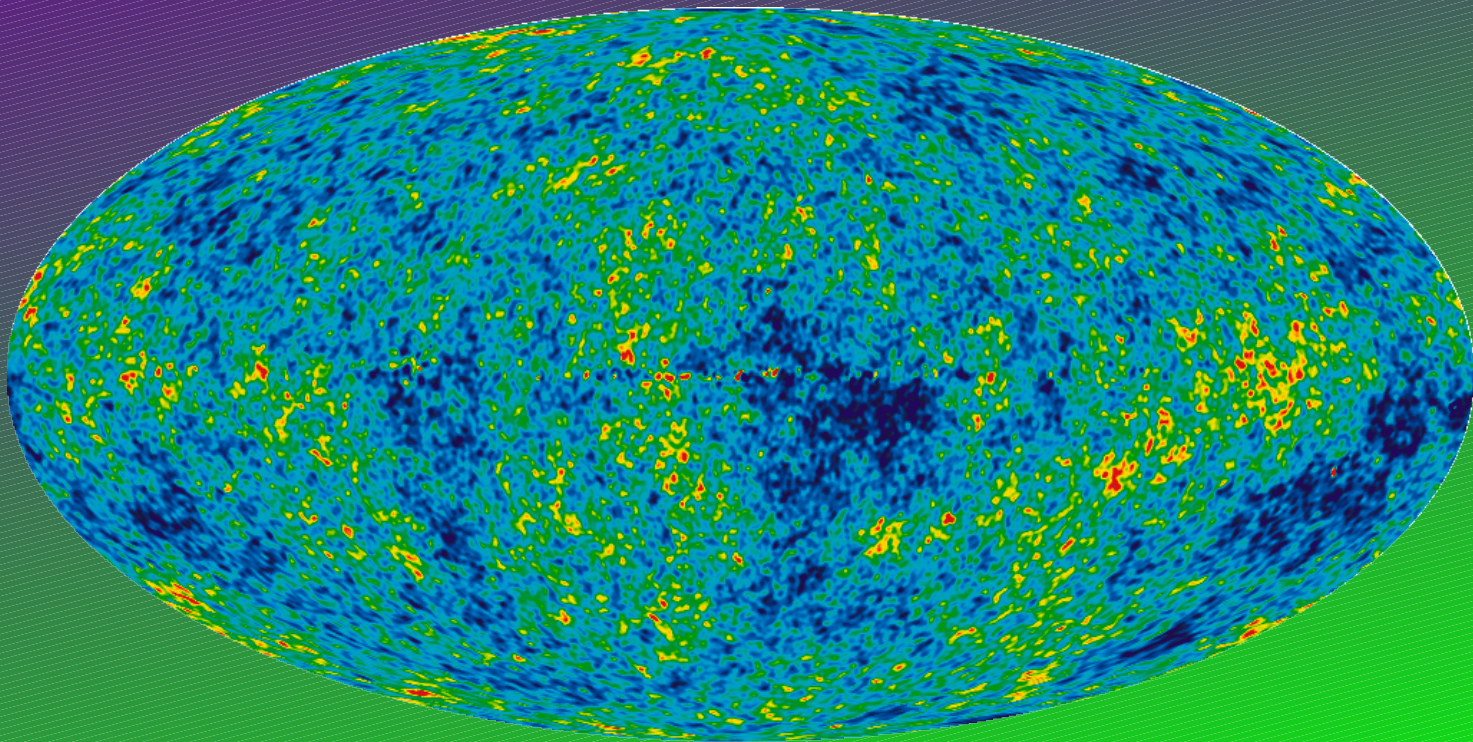
Virgo Consortium

An international group of astrophysicists used a computer simulation last year to recreate how the universe grew and evolved. The simulation image above is a snapshot of the present universe that features a large cluster of galaxies (bright yellow) surrounded by thousands of stars, galaxies and dark matter (web).

# Condiciones iniciales: cosmología

- Parámetros cosmológicos (WMAP5, Dunkley et al. 2008)

$$\Omega_b h^2 = 0.02273 \pm 0.00062 \quad \Omega_c h^2 = 0.1099 \pm 0.0062 \quad \Omega_\Lambda = 0.742 \pm 0.030$$
$$n_s = 0.963 \pm 0.014 \quad \sigma_8 = 0.796 \pm 0.036$$

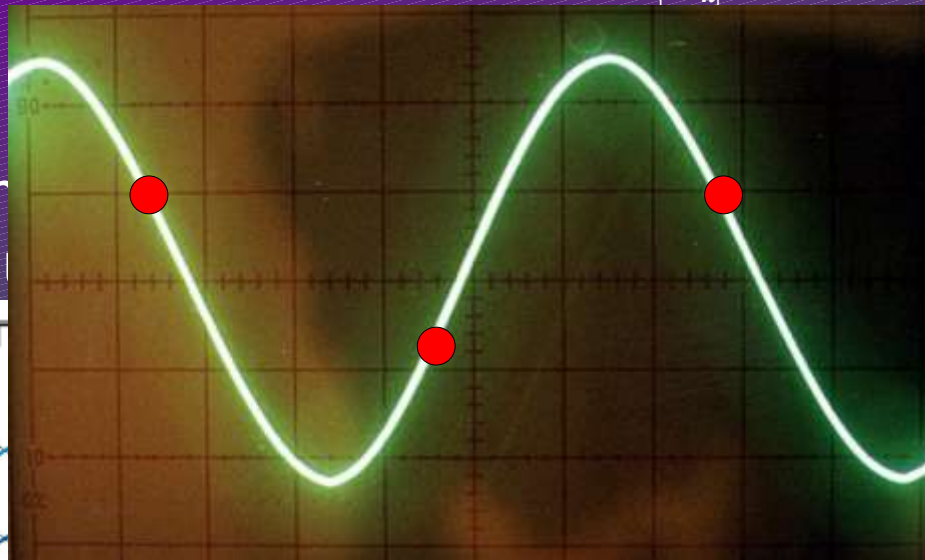


-200 T( $\mu$ K) +200 WMAP 5-year

# Condiciones iniciales: el espectro de potencias

El campo inicial de fluctuaciones es prácticamente gaussiano:

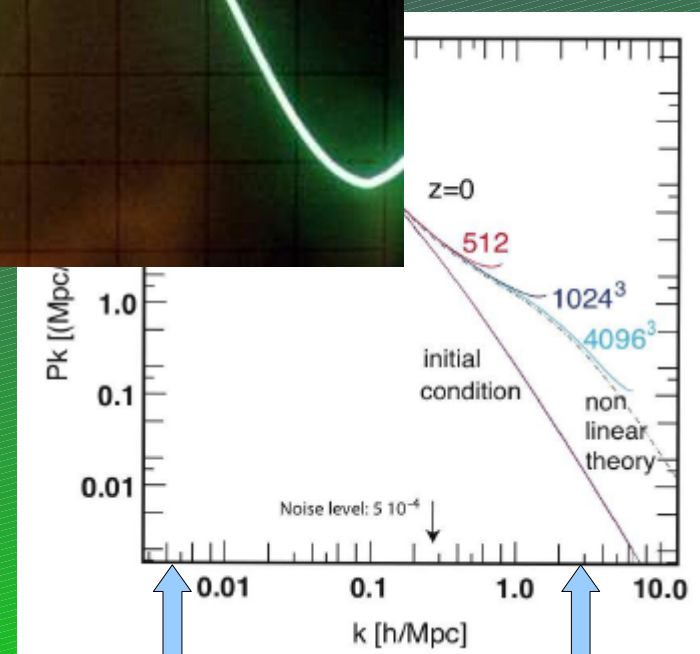
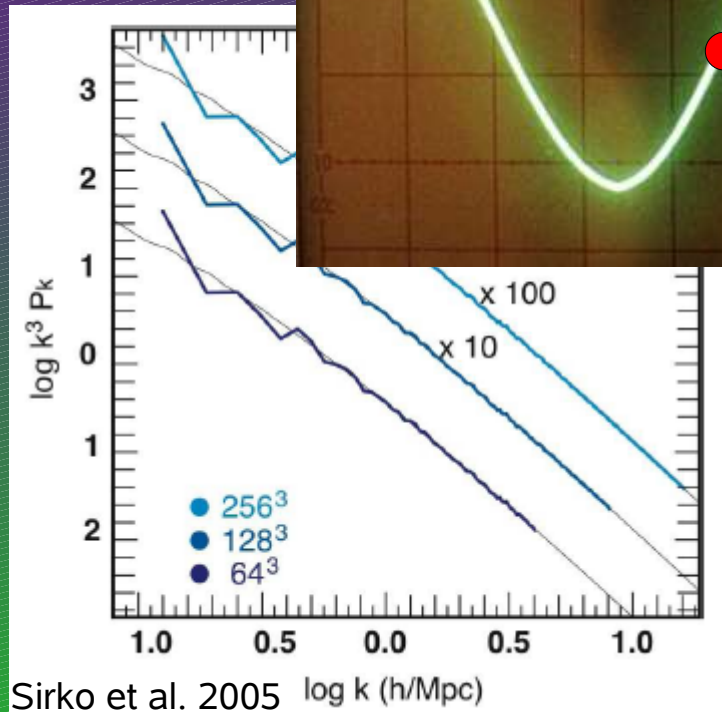
$$-\delta_k^2$$



$$P(k)V = \langle |\delta_k|^2 \rangle$$

$P(k)$  normaliza  
controla el n

potencias, y  
a cada escala



Escalas grandes

Escalas pequeñas

Sirko et al. 2005

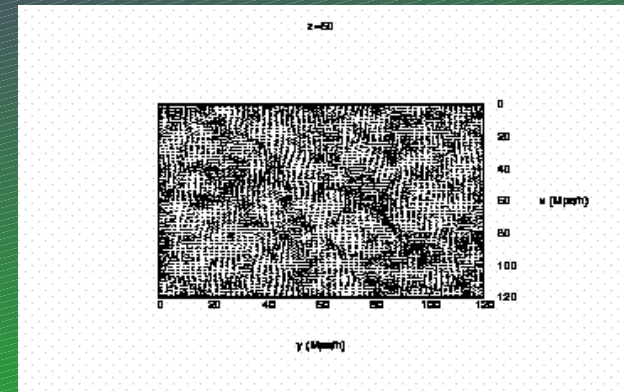
# Condiciones iniciales: La aproximación de Zel'dovich

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{q} + D(t) \mathcal{S}(\mathbf{q})$$

- Inicialmente, las partículas están colocadas en un retículo cúbico perfecto y con velocidad nula. Para fijar la condición inicial, hay que corregir las posiciones por un cierto desplazamiento dado por:

$$\mathcal{S}(\mathbf{q}) = \sum_{k_x, k_y, k_z = -k_{max}}^{k_{max}} \frac{i \mathbf{k}}{k^2} c_k e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}$$

$$c_k = \alpha \sqrt{P(k)} (\text{Gauss}(0,1) + i \text{Gauss}(0,1)) / \sqrt{2}$$



- Esta expresión es exacta en 1 dimensión, en 3 dimensiones es una aproximación que se puede considerar válida en el régimen lineal de fluctuaciones, es decir, siempre que:

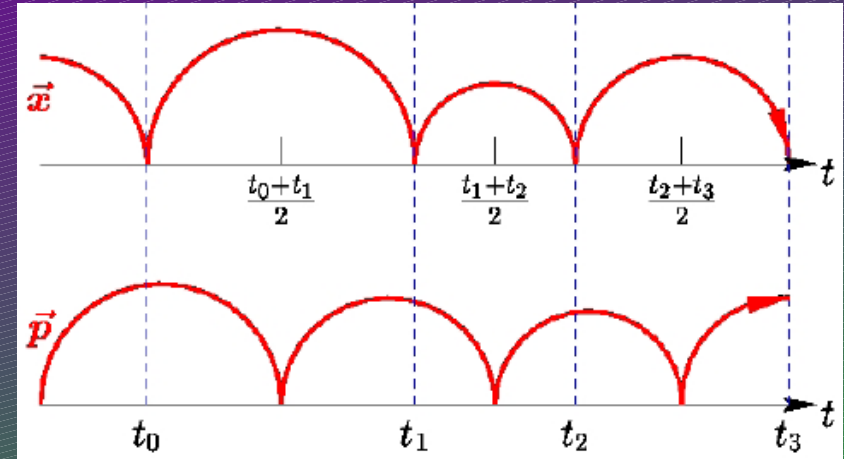
$$\delta \ll 1$$

# Integración: el algoritmo leapfrog

(o cómo resolver las ecuaciones de movimiento sin recurrir a Runge-Kutta)

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= f(x) \\ v &= \frac{dx}{dt} \\ f &= \frac{dv}{dt}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_{n+\frac{1}{2}} &= x_n + v_n \frac{\Delta t}{2} \\ v_{n+1} &= v_n + f(x_{n+\frac{1}{2}}) \Delta t \\ x_{n+1} &= x_{n+\frac{1}{2}} + v_{n+1} \frac{\Delta t}{2}\end{aligned}$$



es de orden  $(\Delta t)^2$ , además es *simpléctico* (no hay tendencias a largo plazo)

$$x_{n+1} = x_n + \Delta t v_n + \frac{\Delta t^2}{2} f(x_n) + O(\Delta t)^3$$

$$x_{n+1} = x_n + \Delta t v_n + \frac{\Delta t^2}{2} f(x_{n+1/2})$$

así cada paso temporal consta de 3 operaciones:

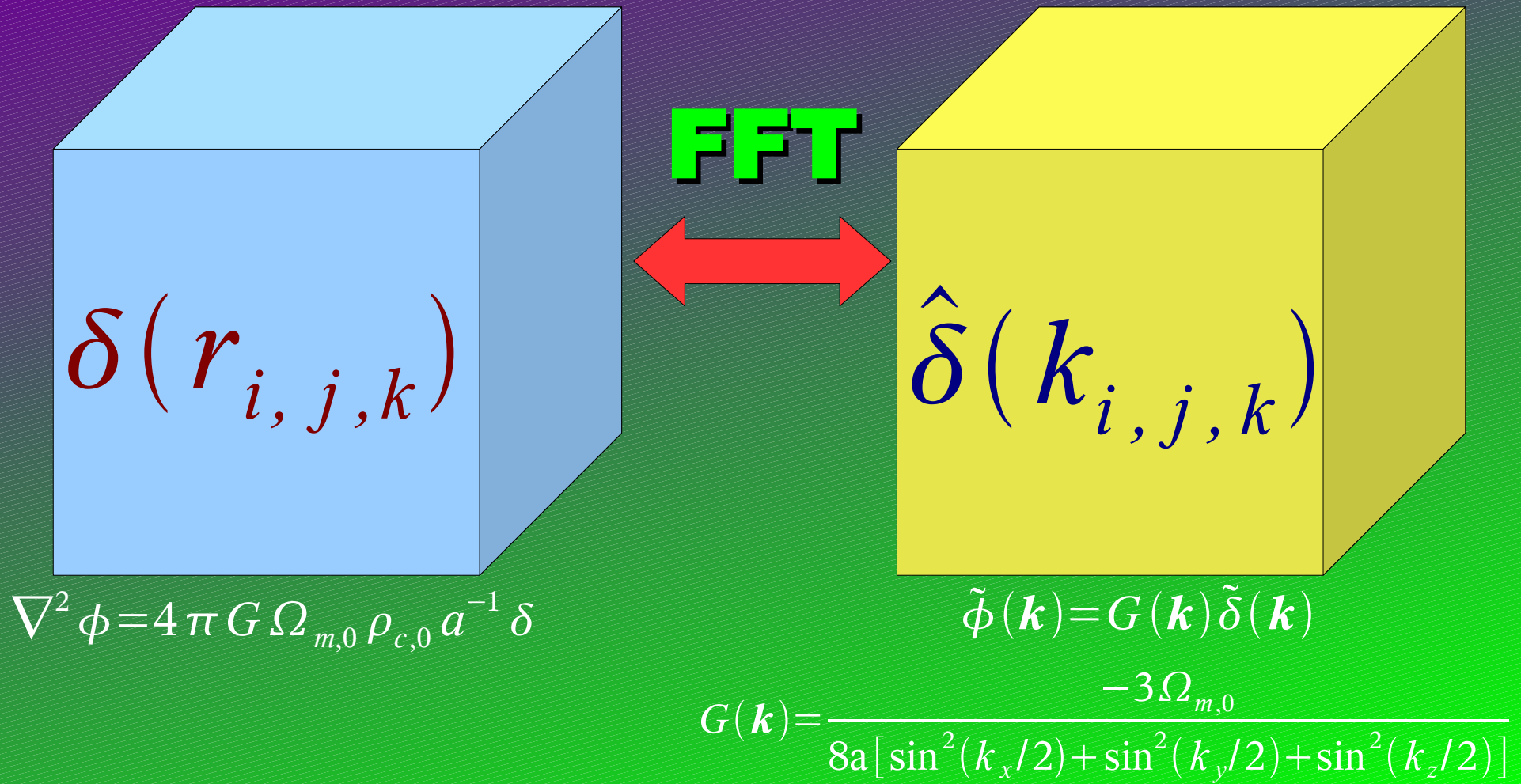
- Resolver la ecuación de Poisson con el campo de densidad actual  $\delta \Rightarrow \phi$
- Calcular las velocidades con las nuevas aceleraciones  $\phi \Rightarrow p$
- Calcular las posiciones con las nuevas velocidades  $p \Rightarrow x$



# De la partícula a la malla

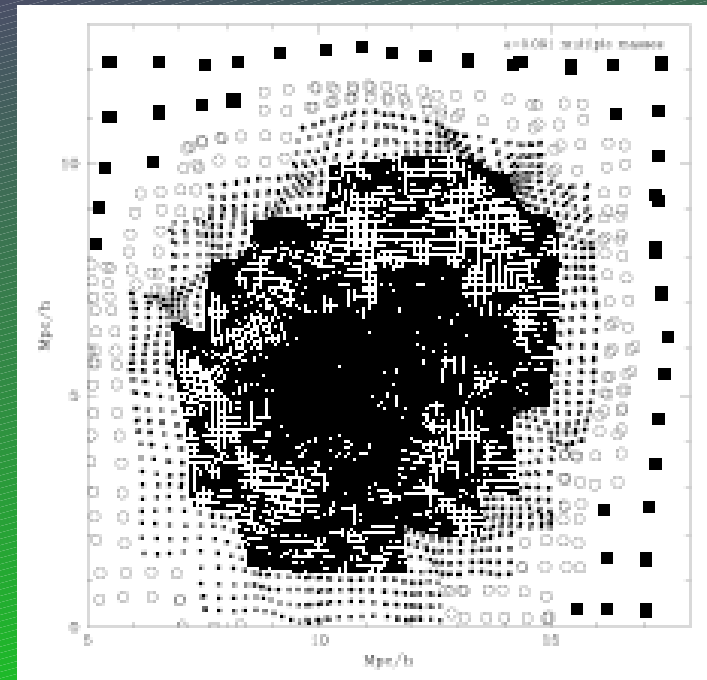
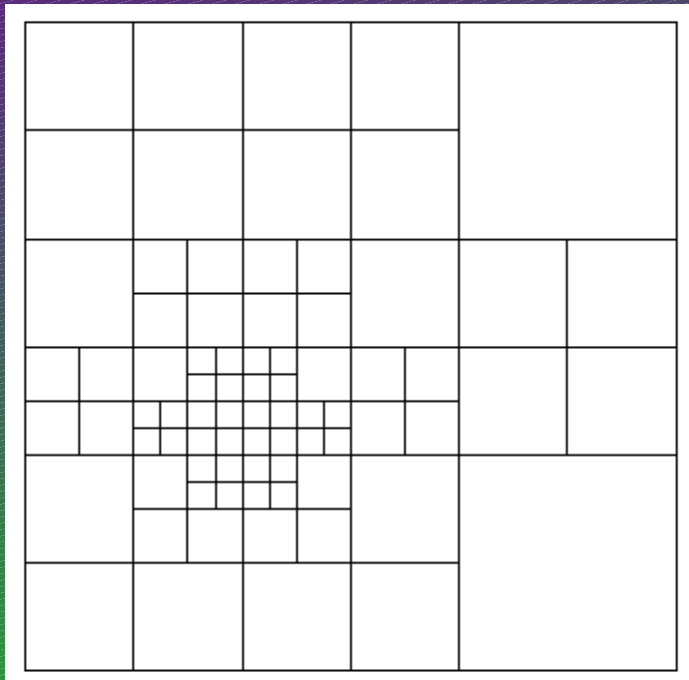
Para calcular las fuerzas, la descripción de partículas es sustituida por una descripción de malla: a cada celda de un retículo cúbico en la caja le corresponde una densidad, según el número de partículas que contenga

$$\hat{\delta}(\mathbf{k}) = \int \delta(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^3\mathbf{x} \quad \delta(\mathbf{x}) = \frac{\rho(\mathbf{x}) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}$$



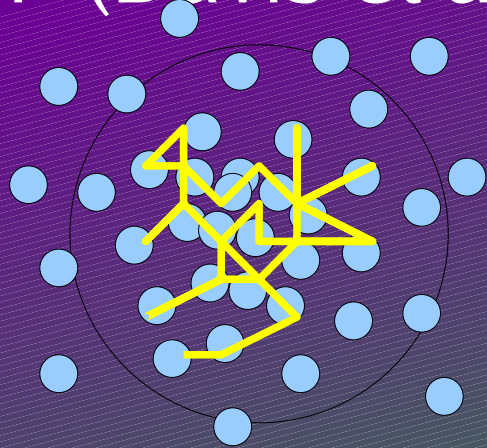
# Mejoras del método PM

- La resolución espacial está limitada: para mejorar esto sin reducir drásticamente la eficiencia se recurre a refinamientos ( $P^3M$ , ART, TreePM, etc), o a técnicas de resimulación, que se centran en mejorar la descripción a escalas pequeñas



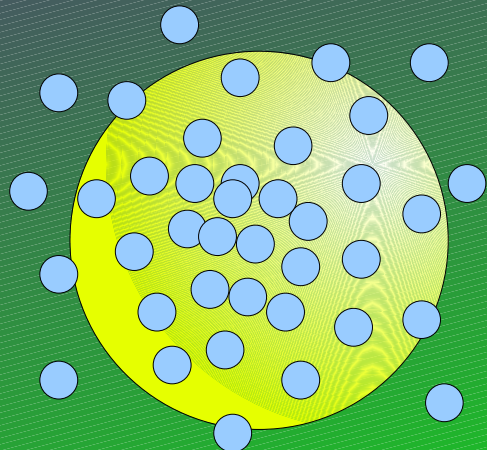
# Buscadores de halos (halo finders)

- FOF (Davis et al. 1985)



Todas las partículas que se encuentren más cerca que una distancia  $b$  dada, pertenecen al mismo objeto

- SO (Lacey & Cole 1994)

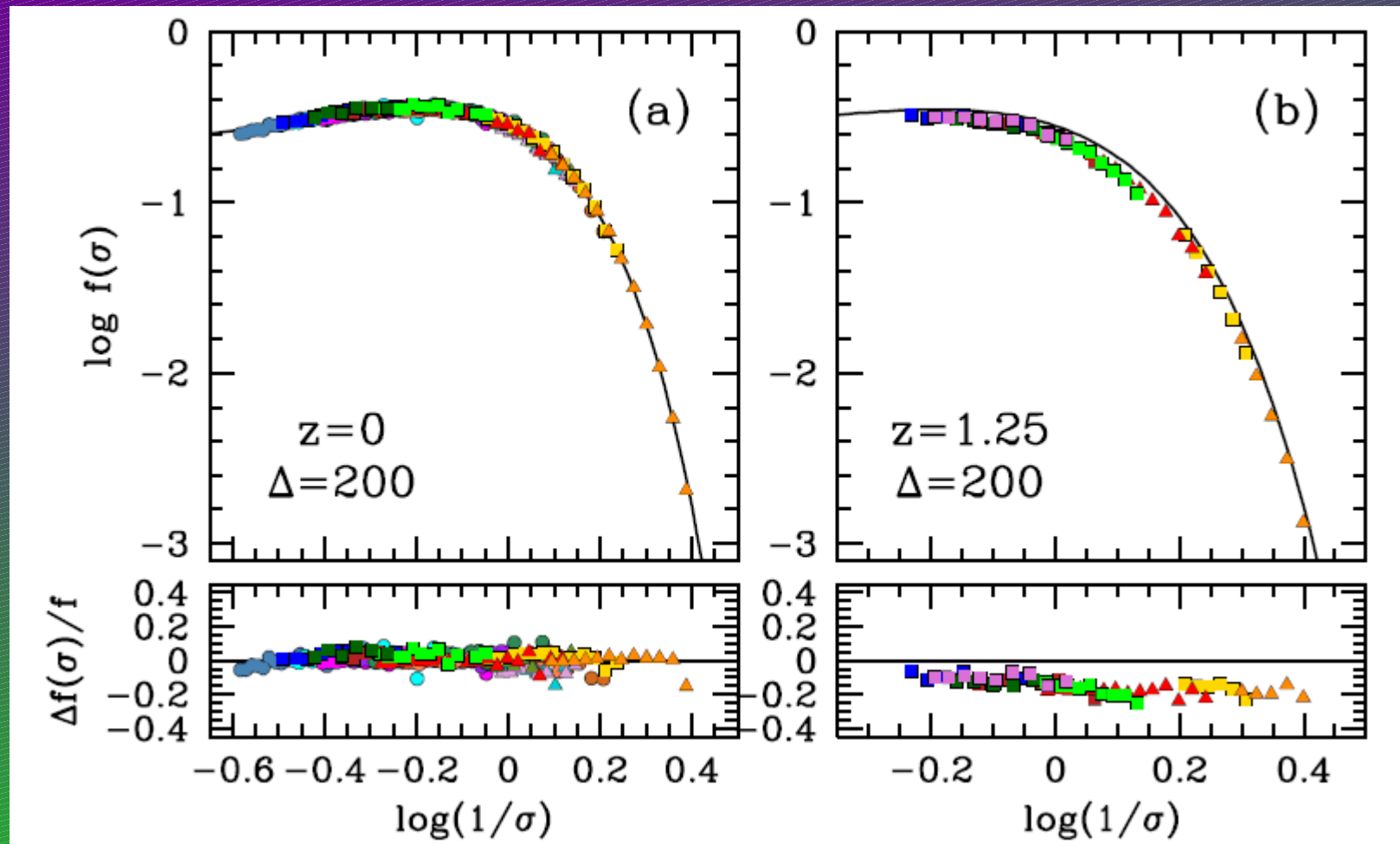


La densidad baja conforme nos alejamos del pico de densidad. El radio  $R$  de la esfera está fijado por la siguiente condición: la densidad media encerrada es igual a un cierto valor

$$\Delta_{vir} \rho_m = \frac{M(r < R)}{4\pi R^3/3}$$

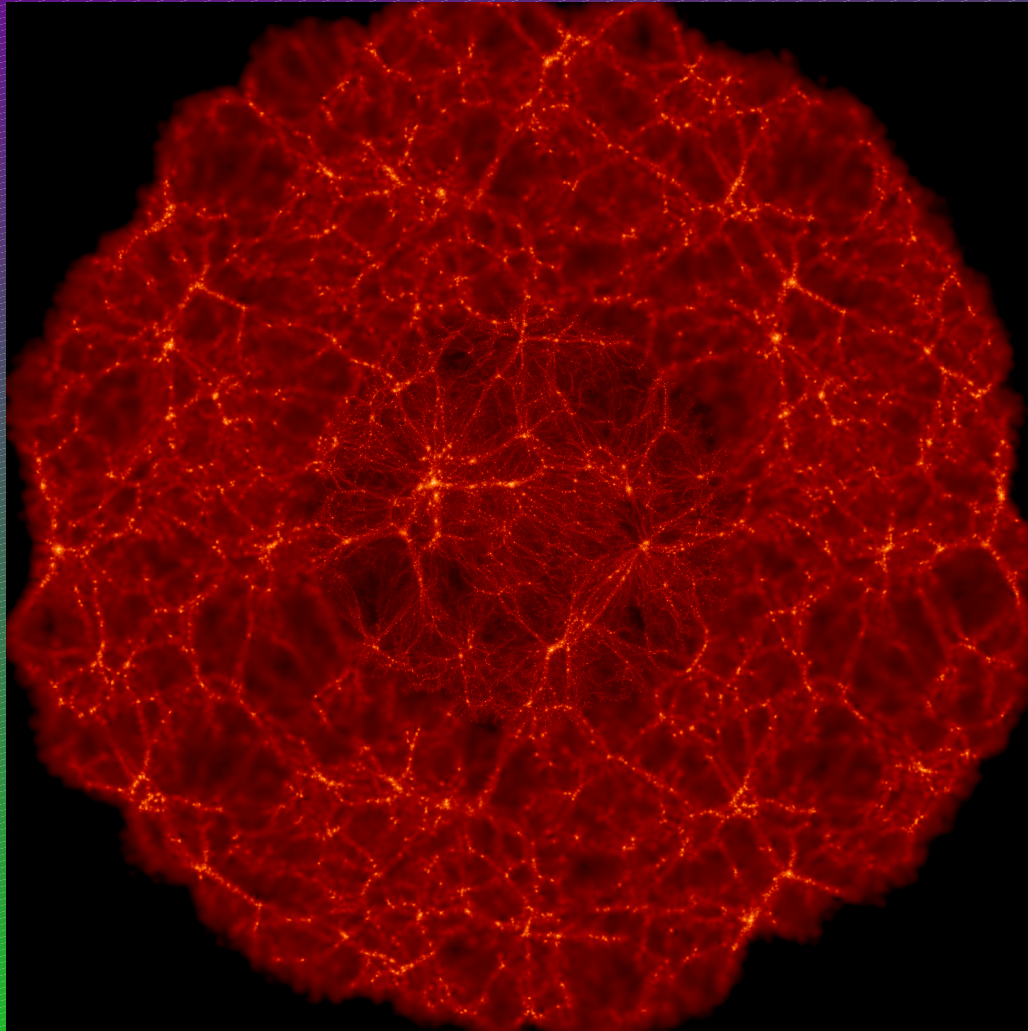
# Función de masas

La función de masas es el número de objetos por unidad de volumen y por intervalo de masa entre  $M$  y  $M+dM$



# Simulaciones restringidas

Este tipo de simulaciones hace uso de observaciones del campo local de velocidades y de masas para generar unas condiciones iniciales compatibles con el estado final (el Universo Local)



# Efecto de los bariones: Hidrodinámica

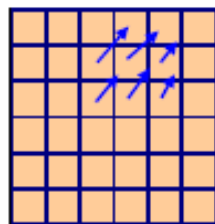
La dinámica del gas se puede tratar a partir de la resolución de las ecuaciones de la hidrodinámica (continuidad, Euler, energía, y la ecuación de estado del gas)

## DIFFERENT METHODS TO DISCRETIZE A FLUID

### Eulerian

#### discretize space

representation on a mesh  
(volume elements)



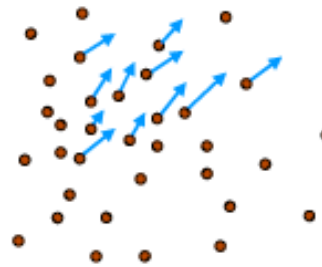
principle advantage:

high accuracy (shock capturing), low numerical viscosity

### Lagrangian

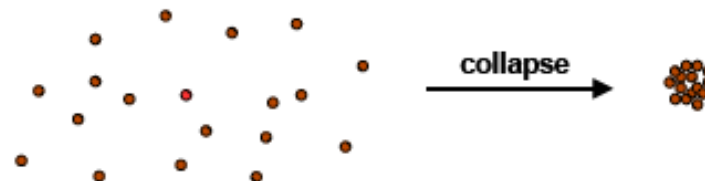
#### discretize mass

representation by fluid elements  
(particles)



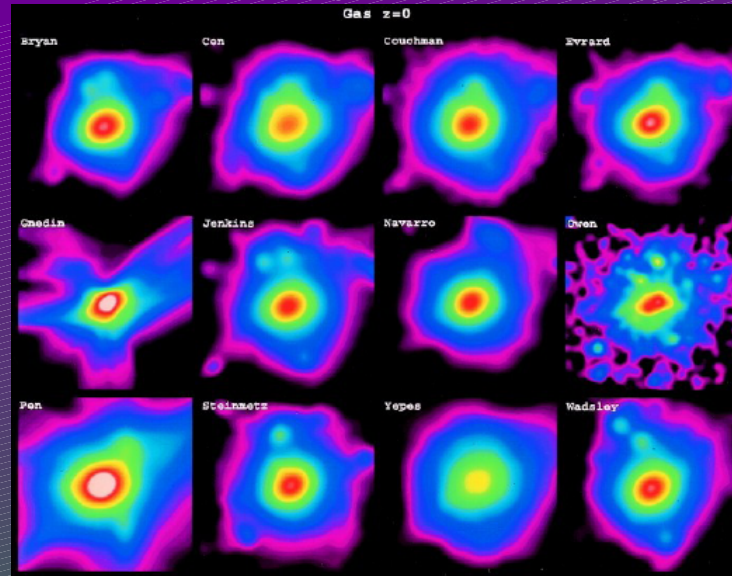
principle advantage:

resolutions adjusts automatically to the flow

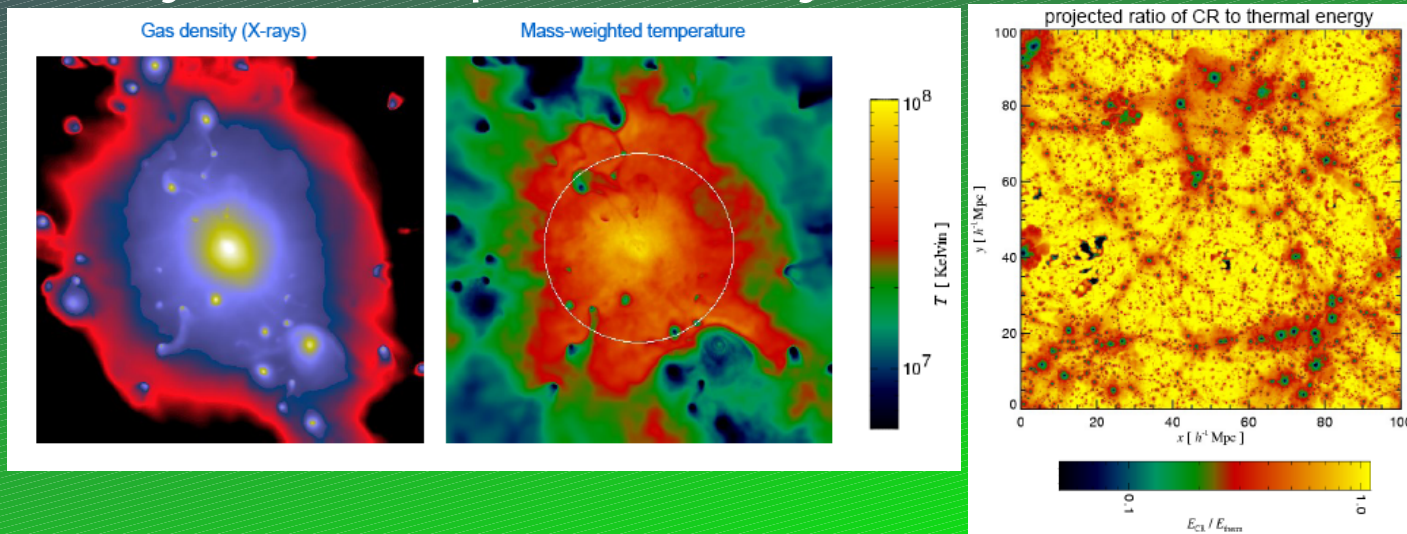


# Hidrodinámica

Aunque podría parecer que hoy día no hay un código definitivo...

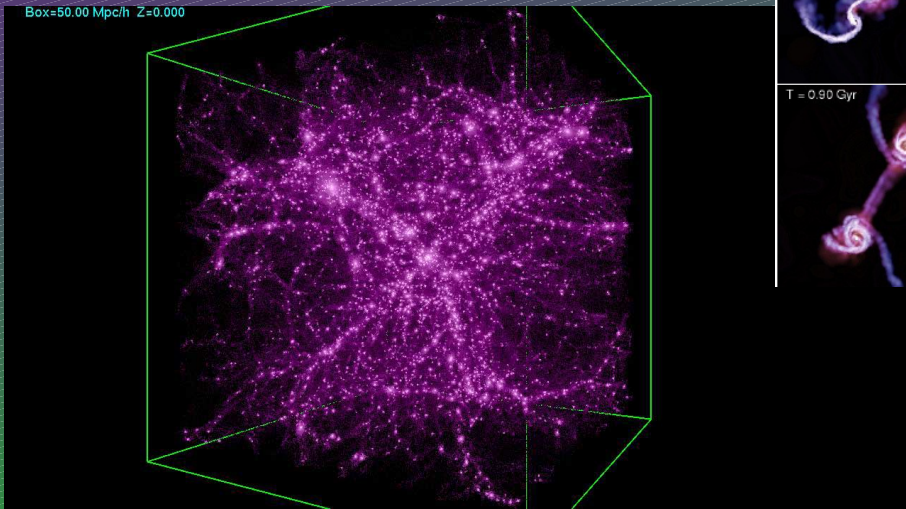
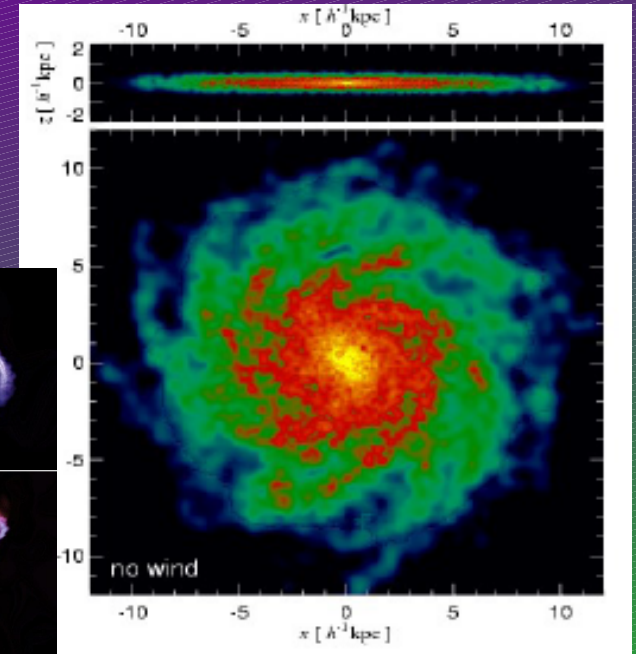
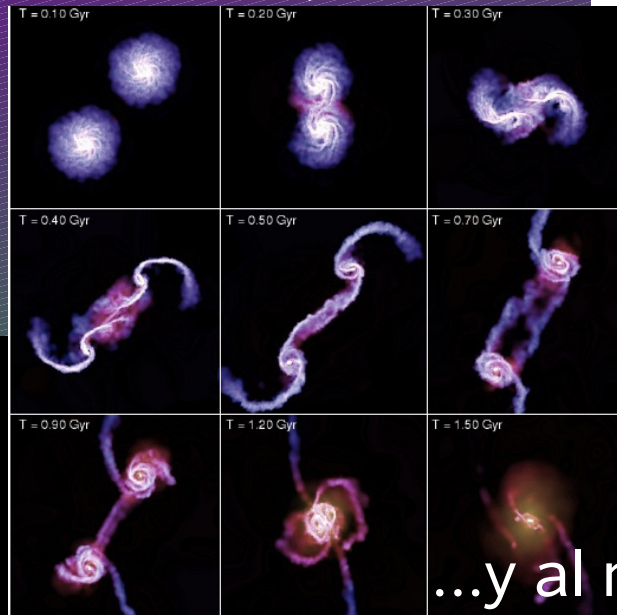


... todavía estas simulaciones son muy útiles para generar mapas de rayos-X, temperatura, rayos cósmicos, etcétera



# El problema del rango dinámico

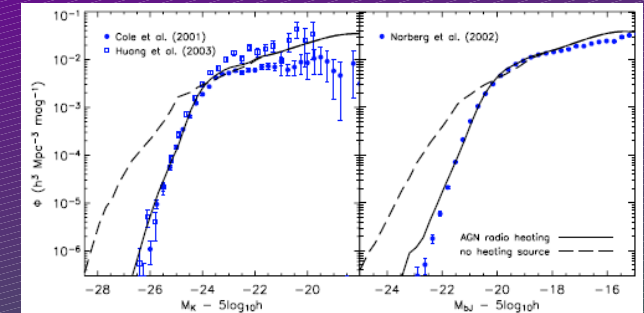
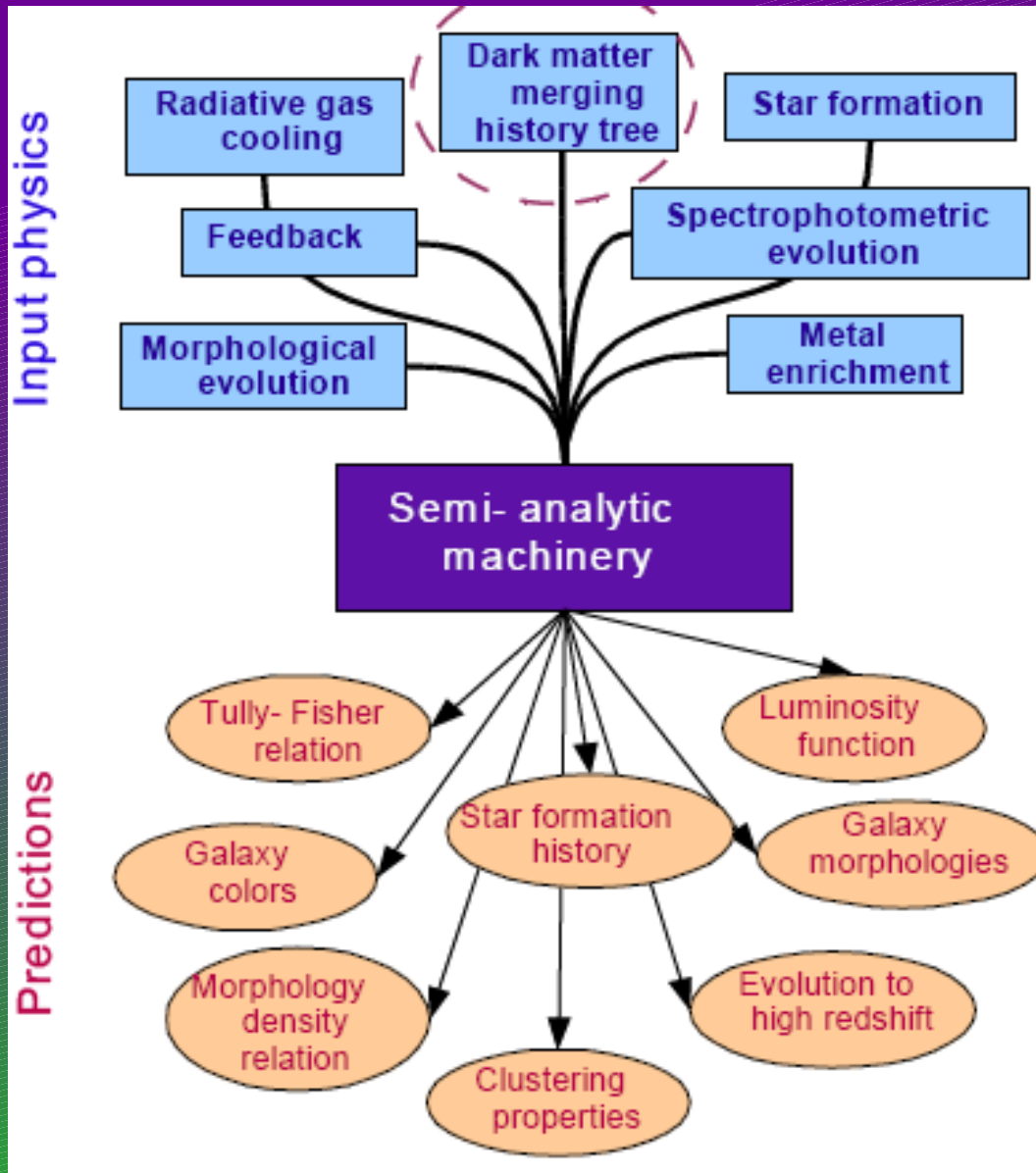
Con la potencia de cálculo actual no podemos resolver al mismo tiempo las escalas relevantes más pequeñas (medio interestelar, nubes moleculares, formación estelar, feedback, estructura galáctica...)



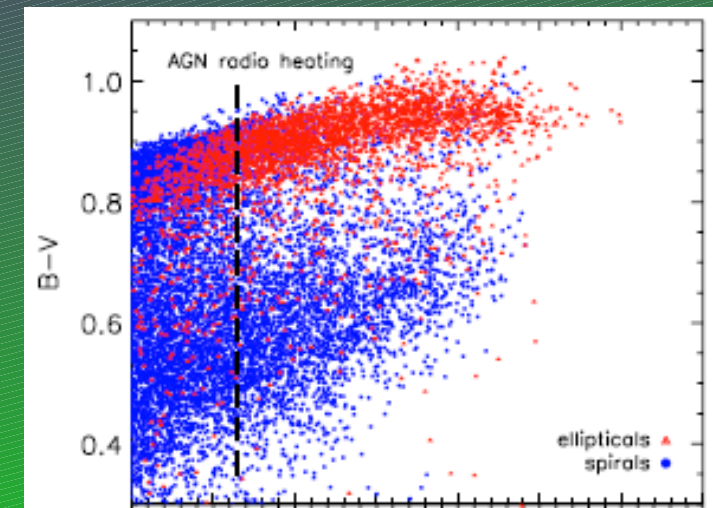
...y al mismo tiempo querer resolver esto (formación de estructura a gran escala: cúmulos, filamentos, vacíos)



# Modelos semi-analíticos



$$m_{\text{crit}} = 3.8 \times 10^9 \left( \frac{V_{\text{vir}}}{200 \text{ km s}^{-1}} \right) \left( \frac{r_{\text{disc}}}{10 \text{ kpc}} \right) M_{\odot}$$



Croton et al. 2006

# Simulaciones recientes

- **Millennium Simulation** ( $2160^3$ , 500Mpc/h)  
<http://www.mpa-garching.mpg.de/millennium/>
- **MareNostrum Simulation** ( $2 \times 1024^3$ , 500Mpc/h)  
<http://astro.ft.uam.es/marenostrum/universe/index.html>
- **Horizon Simulation** ( $4096^3$  particles, 2Gpc/h)  
<http://www.projet-horizon.fr/article323.html>

# Resumen: ¿qué hemos aprendido?

- Las simulaciones cosmológicas son, en esencia, la evolución de  $N$ -cuerpos sujetos a su atracción gravitatoria, aunque eso sí, las condiciones iniciales vienen fijadas por un modelo cosmológico (es decir, por un espectro de potencias).
- Aunque la simulación nos da la distribución de la materia (posiciones y velocidades), se están dedicando muchos esfuerzos para añadir más física y obtener propiedades de galaxias, del medio interestelar, de la formación estelar...
- De hecho, simulaciones como la Millennium Run, ha puesto a disposición de la comunidad los catálogos con las propiedades físicas de los objetos en la simulación.
- Y no menos importante... hemos visto que ¡no era para tanto!

**¡¡Gracias!!**

[ajcv@iaa.es](mailto:ajcv@iaa.es)

2 Mpc/h

