



Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación



UNC  
Universidad  
Nacional  
de Córdoba

# ESTUDIO DE PROPIEDADES FÍSICAS DE ASTEROIDES

por:

*Milagros Colazo*

Presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y  
Computación como parte de los requerimientos para la obtención del  
grado de Doctora en Astronomía de la

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA  
Julio, 2023

Director: Dr. René Duffard

Co-Director: Dr. Walter Weidmann

Tribunal Especial:

TITULARES

Dr. Ricardo Gil-Hutton

Dr. Martín Leiva

Dra. Paula Benavídez

SUPLENTES

Dr. Mariano Domínguez

Dr. Mario Melita

Dra. Ana Carolina de Souza Feliciano

*Dedicatoria.*

**Agradecimientos**

*Agradecimientos.*

### Resumen

En la actualidad, estamos viviendo la revolución de los grandes relevamientos astronómicos. Gracias a estos telescopios, instalados en tierra u en órbita, contamos con millones de observaciones de cientos de miles de asteroides en una amplia variedad de filtros fotométricos. Es necesario que la comunidad científica esté preparada para analizar y sacar el máximo provecho de esta importante cantidad de datos. Más aún, es interesante la posibilidad de combinar observaciones específicas, llevadas a cabo por el/la astrónomo/a con los datos (usualmente esporádicos) de los grandes relevamientos.

Es ampliamente conocido el brillo de los asteroides varía debido a diferentes factores. Dos características importantes que podemos estudiar de los asteroides son sus curvas de luz y curvas de fase. A partir de las curvas de luz, podemos estimar diferentes parámetros relacionados a las propiedades rotacionales del objeto, como por ejemplo su período de rotación, su forma y el la orientación del eje de rotación. Por otro lado, estudiando las curvas de fase, es posible obtener la magnitud absoluta del objeto a partir de la cual se puede estimar su diámetro. Debido a que los grandes telescopios se encuentran en funcionamiento durante una cantidad considerable de años, es posible obtener millones de observaciones de un mismo asteroide para diferentes épocas. A partir de estos datos fotométricos podemos construir curvas de fase para miles de objetos.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar herramientas para la lectura, el procesamiento y el análisis de grandes volúmenes de datos. Además, se busca identificar el potencial de estas herramientas para “alertar” sobre objetos que merecen un estudio detallado con observaciones planificadas.

En primera instancia, utilizando dos novedosos softwares (M2 y OM) hemos realizado un estudio en detalle de curvas de luz de asteroides del cinturón principal. Las observaciones de estos objetos se realizaron en el marco de colaboraciones internacionales, algunas de ellas para complementar datos de misiones espaciales. Adicionalmente al estudio de asteroides, el software M2 nos permitió caracterizar el sitio de observación.

Dentro del contexto de los grandes relevamientos, realizamos un estudio de curvas de fase utilizando datos de Gaia DR2. El objetivo de este trabajo es obtener un catálogo de parámetros de función de fase ( $H$  y  $G$ ) para todos los asteroides que fueron observados por la misión Gaia, y que fueron publicados en DR2. Para ello, introducimos un algoritmo capaz de construir este catálogo a partir de los datos de magnitud y época UTC presentes en la base de datos DR2. Dado que Gaia nunca observará asteroides con un ángulo de fase de  $0^\circ$  (correspondiente con la oposición), pero sí con ángulos de fase superiores a  $10^\circ$ , añadimos datos de observaciones terrestres (correspondientes a ángulos de fase pequeños) y mejoramos así la determinación de los parámetros  $H$  y  $G$  de la función de fase. En este caso, también construimos un catálogo de los parámetros de la función de fase  $H$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ . Comparamos nuestros resultados de la función  $H$ ,  $G$  con los de la base de datos Astorb y observamos que el nivel de concordancia es satisfactorio. La base de datos final cuenta con parámetros calculados para más de 9800 asteroides. Más aún, notamos que la media del parámetro  $G$  está sumamente alejada del valor nominal de 0.15 usualmente utilizado.

El algoritmo utilizado en el análisis de Gaia DR2, fue el puntapié inicial para el desarrollo de Pyedra: un paquete de Python que permite el ajuste de curvas de fase para grandes catálogos de observaciones o para observaciones densas de un asteroide específico. Esta herramienta se aplicó a observaciones de asteroides troyanos disponibles en las bases de datos Gaia DR2, Gaia DR3 y Sloan. Además de obtener curvas de fase y sus parámetros para más de 500 asteroides troyanos, fuimos capaces de construir los fotospectros para casi 100 objetos observados por Sloan. Comparando los fotospectros obtenidos con sus análogos densos, notamos que el nivel de coincidencia es alto. Por otro lado, aprovechamos esta oportunidad para analizar las fortalezas y debilidades de los tres catálogos. Observamos también, que aún combinándolos, quedan rangos de ángulos de fase no cubiertos que podrían ser sorteados con observaciones terrestres densas y planificadas.

Por otro lado, seleccionamos 9481 asteroides con magnitudes absolutas calculadas a partir del catálogo de Sloan usando el sistema  $HG_{12}$ , y calculamos colores absolutos con ellos. Luego realizamos una clasificación taxonómica, aplicando un algoritmo de aprendizaje automático no supervisado



conocido como fuzzy C-means. Clasificamos un total de 6329 asteroides con más del 60 % de probabilidad de pertenecer a la clase taxonómica asignada. 162 de estos objetos tuvieron una clasificación ambigua en el pasado. Más aún, Analizando la muestra obtenida en el plano semieje mayor vs. inclinación, identificamos 15 nuevos candidatos a asteroides de tipo V fuera de la región de la familia Vesta. Para analizar en detalle estos objetos, presentamos los fotospectros “absolutos” y observamos las características distintivas de la taxonomía de tipo V. Esto demuestra la utilidad de este tipo de relevamientos para la identificación de grupos de asteroides que merecen un análisis más detallado, por ejemplo, con observaciones densas. Además, se analizó la anti-correlación entre el color absoluto y los coeficientes de fase (previamente observada en centauros y TNOs) discriminando por tipo taxonómico. Observamos que los cuatro grupos taxonómicos principales siguen la misma tendencia de anticorrelación. Sin embargo, su distribución en el espacio color absoluto versus coeficiente de fase presenta algunas diferencias.

Este trabajo muestra la riqueza que existe en el procesamiento y análisis de las grandes bases de datos que encontramos en la actualidad. Más aún, desarrollamos herramientas y las pusimos a prueba utilizando observaciones de distintos relevamientos. De esta manera, aguardamos la liberación de datos de los grandes proyectos observacionales que se avecinan en las próximas décadas, con la metodología ya preparada, verificada y perfeccionada. Por ejemplo, se espera que el Vera Rubin Observatory catalogue 100 veces más objetos de los que se conocen actualmente. Con estas mediciones fotométricas, podremos crear catálogos de parámetros de curvas de fase y taxonomía para una muestra más completa de nuestro Sistema Solar lo que permitirá mejorar los modelos de cómo se formó nuestro Sistema y cómo ha evolucionado con el tiempo.

### Abstract

Nowadays, we are living in a revolution of astronomical surveys. Thanks to these ground-based and orbiting telescopes, millions of observations of hundreds of thousands of asteroids in various photometric filters are available. The scientific community must be prepared to analyze and benefit as much as possible from this amount of data. Furthermore, there is an exciting possibility to combine specific observations carried out by the astronomer with the data from surveys (usually sporadic).

The brightness of asteroids is widely known to vary due to different factors. Two relevant characteristics of asteroids are their light curves and phase curves. By studying the light curves, we can estimate several parameters related to the rotational properties of the object, such as its rotation period, shape, and orientation of the rotation axis. On the other hand, the phase curves allow us to obtain the absolute magnitude of the object, and from it, we can estimate its diameter. Because large telescopes operate for a substantially long time, one can obtain millions of observations of the same asteroid for different epochs.

The main objective of this work is to develop tools for readout, processing, and analyzing large volumes of data. In addition, we seek to identify the potential of these tools to “alert” on objects that deserve a detailed study with planned observations.

First, using two novel pieces of software (M2 and OM), we carried out a detailed study of light curves of main-belt asteroids. We made observations of these objects in the framework of international collaborations, some of them to complement data from space missions. In addition to the asteroid study, the M2 software allowed us to characterize the observation site.

Within the context of astronomical surveys, we performed a phase curve study using Gaia DR2 data. This work aims to obtain a catalog of phase function parameters ( $H$  and  $G$ ) for all the asteroids observed by the Gaia mission and published in DR2. For this purpose, we introduce an algorithm capable of generating such a catalog. Since Gaia will never observe asteroids with a phase angle of  $0^\circ$  (corresponding with the opposition) but with phase angles greater than  $10^\circ$ , we add data from ground-based observations (corresponding to small phase angles), enhancing the determination of the  $H$  and  $G$  parameters. In this case, we also build a catalog of the parameters of the phase function  $H$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ . We compare our results of the  $H$ ,  $G$  function with those of the Astorb database and verify that the level of agreement is satisfactory. The final database has computed parameters for more than 9800 asteroids. Moreover, we note that the mean of the  $G$  parameter is far from the nominal value of 0.15 usually used.

The algorithm used for the Gaia DR2 analysis was the starting point for the development of Pyedra: a Python package that allows the fitting of phase curves for large catalogs of observations or dense observations of a specific asteroid. We applied this tool to observations of Trojan asteroids available in the Gaia DR2, Gaia DR3, and Sloan databases. Besides obtaining phase curves and their parameters for more than 500 Trojan asteroids, we also constructed the photospectra for almost 100 objects observed by Sloan. Matching the obtained photospectra with their dense analogs, we note that the level of agreement is high. On the other hand, we analyzed the strengths and weaknesses of the three catalogs. We also note that even combining them, there are still ranges of uncovered phase angles that could be circumvented with dense and planned ground-based observations.

On the other hand, we selected 9481 asteroids with absolute magnitudes calculated from the Sloan catalog using the  $HG_{12}$  system and computed absolute colors with them. Then we performed taxonomic classification, applying an unsupervised machine learning algorithm known as fuzzy C-means. We classified a total of 6329 asteroids with more than 60% probability of belonging to the assigned taxonomic class. Of these objects, 162 had ambiguous classifications in the past. We analyzed the sample obtained in the semi-major axis vs. inclination plane and identified 15 new V-type asteroid candidates outside the Vesta family region. To examine these objects in detail, we introduce the “absolute” photospectra and observe the distinctive features of the V-type taxonomy. It demonstrates the usefulness of astronomical surveys in identifying groups of asteroids that deserve more detailed analysis, e.g., with dense observations. In addition, we explored the anti-correlation between absolute color and phase coefficients (previously observed in centaurs and TNOs) discrimi-

nating by taxonomic type. We found that the four main taxonomic groups follow the same trend of anti-correlation. However, their distribution in absolute color space versus phase coefficient presents some differences.

This work illustrates the usefulness of processing and analyzing large databases that we find nowadays. Moreover, we developed tools and tested them using observations from different surveys. Hence, we anticipate the release of data from the large observational projects coming up in the coming decades, with the methodology already prepared, verified, and refined. For instance, the Vera Rubin Observatory is expected to catalog 100 times more objects than are currently known. Using these photometric measurements, we can create catalogs of phase curve parameters and taxonomy for a more comprehensive sample of our solar system. This will result in improved models of how our system was formed and evolved.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Inventario del Sistema Solar	1
1.2	Técnicas observacionales: Espectroscopía y Fotometría	5
1.3	Curvas de luz	7
1.4	Curvas de fase	13
1.5	Taxonomía	16
1.6	Grandes relevamientos versus observaciones específicas	19
1.7	Motivación.	21
<b>2</b>	<b>Observaciones en la Estación Astrofísica de Bosque Alegre</b>	<b>23</b>
2.1	Aspectos técnicos	23
2.2	Software de reducción y análisis de datos: OM y M2	23
2.2.1	Observing Manager (OM)	25
2.2.2	Massive processing of astronomical images (M2)	25
2.3	Resultados: Curvas de luz y períodos de rotación	26
2.3.1	Kirillavrov	26
2.3.2	(904) Rockefellia	29
2.4	(259) Aletheia	29
2.5	(99942) Apophis	29
2.6	Análisis del sitio de observación	32
2.7	Conclusiones de este capítulo	33
<b>3</b>	<b>Determinación de parámetros HG con datos de Gaia</b>	<b>36</b>
3.1	Ecuaciones de la función de fase	37
3.2	Datos de Gaia	38
3.3	Datos de Gaia combinados con observaciones terrestres	40
3.4	Resultados	41
3.4.1	Datos de Gaia en magnitud g.	43
3.4.2	Datos de Gaia combinados con observaciones terrestres.	43
3.5	Conclusiones de este capítulo	48
<b>4</b>	<b>Pyedra: ajuste de curvas de fase de asteroides para el ecosistema Python</b>	<b>50</b>
4.1	Modelos de curvas de fase incluidos	50
4.2	Detalles técnicos del paquete Pyedra	50
4.2.1	Funcionalidades de usuario y ejemplo de aplicación	50
4.2.2	Garantía de calidad	52
4.2.3	Integración con el <i>scientific-stack</i> de Python	53
4.2.4	Breve comparación con otros paquetes similares	54
4.3	Problema de aplicación en troyanos de Júpiter	54
4.3.1	Conjunto de datos	55
4.3.2	Determinación de los parámetros utilizando Pyedra	56
4.3.3	Análisis de errores	57
4.3.4	Análisis de los resultados	58
4.3.5	Curvas de fase obtenidas	60
4.4	Conclusiones de este capítulo	61

<b>5</b>	<b>Clasificación taxonómica utilizando datos derivados de SLOAN y Machine Learning</b>	<b>64</b>
5.1	Conjunto de datos . . . . .	65
5.2	Aprendizaje automático no supervisado . . . . .	65
5.2.1	Exploración del espacio de parámetros . . . . .	65
5.2.2	Clasificación taxonómica . . . . .	66
5.2.3	Reclasificación de asteroides con taxonomía ambigua según C10 . . . . .	70
5.2.4	Distribución Orbital . . . . .	70
5.2.5	Complejo V . . . . .	72
5.2.6	Familias dinámicas . . . . .	74
5.3	Anticorrelación entre color absoluto y coeficientes de fase relativos . . . . .	75
5.4	Conclusiones de este trabajo . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Palabras finales</b>	<b>79</b>

# 1 Introducción

## 1.1 Inventario del Sistema Solar

Los asteroides son cuerpos rocosos que orbitan alrededor del Sol. La formación de asteroides tuvo lugar hace aproximadamente 4 560 millones de años, cuando los granos de polvo del disco protoplanetario que rodeaba al Sol se acumularon para formar planetesimales. Esto se considera generalmente como el tiempo cero en la historia del sistema solar, determinado a partir de la edad de las inclusiones de calcio-aluminio detectadas en meteoritos. Cualquier modelo de formación y evolución del Sistema Solar que se considere “exitoso”, debe satisfacer las restricciones observacionales impuestas por la distribución actual de asteroides.

El mayor reservorio de asteroides de nuestro sistema solar es el cinturón principal, ubicado entre las orbitas de Marte y Júpiter, aproximadamente entre 2 y 4 unidades astronómicas (UA) (Fig. 1). El cinturón de asteroides es una población muy bien estudiada. Su distribución orbital está poco afectada por los sesgos observacionales, su distribución de tamaños está completa hasta tamaños muy pequeños, de algunos metros, y su distribución taxonómica está bien entendida (Roig & Nesvorný, 2015). Este reservorio contiene  $5,9 \times 10^{-4}$  masas terrestres. Como podemos apreciar en la Fig. 1 está dinámicamente excitado, es decir las excentricidades  $e$  son de hasta 0.3 y las inclinaciones  $i$  varían entre  $0^\circ$  y más de  $30^\circ$ . Además, notamos que la distribución de los objetos en esta zona no es uniforme, sino que los asteroides se concentran en determinados valores de semieje mayor. También se observan huecos o “gaps” en otras zonas. Estos huecos fueron identificados por primera vez por Daniel Kirkwood en 1867, quien les dio nombre (Kirkwood, 1867) y están relacionados con las resonancias principalmente producidas por Júpiter. Estas resonancias ocurren cuando el periodo orbital del asteroide es una fracción del periodo orbital del planeta, provocando que el asteroide tenga encuentros cercanos con el mismo. Estos encuentros cercanos a su vez, excitan dinámicamente al objeto provocando un aumento en su excentricidad y en consecuencia es “barrido” de esta zona.

Aunque la estructura orbital actual (semieje mayor, excentricidad, inclinación) del cinturón de asteroides es consistente con una distribución inicial uniforme de asteroides (Minton & Malhotra, 2009), sus valores de excitación requieren que la masa inicial sea varios órdenes de magnitud más grande de la que observamos hoy en día (por ejemplo, O’Brien & Sykes, 2011). Esto implica que el cinturón experimentó procesos violentos que modificaron considerablemente su estructura inicial (Marrocchi et al., 2021). Sea cual sea el proceso que dio forma al cinturón de asteroides, los procesos de colisión fueron importantes y comunes durante la evolución temprana del sistema solar. Esta evolución colisional es responsable de la formación de las familias de asteroides (Nesvorný et al., 2015). Los impactos más energéticos pueden expulsar fragmentos de asteroides a velocidades superiores a la velocidad de escape gravitatoria de un cuerpo progenitor. Este proceso puede formar familias de fragmentos que inicialmente tendrán órbitas agrupadas en la cercanía del cuerpo parental (Zappala et al., 1984). Por lo tanto, las familias de asteroides pueden reconocerse como agrupaciones de cuerpos en el espacio de elementos orbitales (ver Fig. 1). El método de agrupación jerárquica (HCM por sus siglas en inglés; (Zappala et al., 1990; Nesvorný et al., 2015, y sus referencias) se suele utilizar para la identificación de estos cúmulos de asteroides. Al día de hoy, se conocen entre 20 y 30 familias de asteroides.

Es esperable que los miembros de una misma familia compartan sus características espectroscópicas, es decir, su composición mineralógica. Una familia particularmente interesante es la familia de Vesta, identificada por Zappala et al. (1990) en el espacio de elementos propios. Estos objetos se denominan vestoides dinámicos y se les ha asignado el tipo espectral V. Estos objetos son asteroides basálticos, que se cree son fragmentos de cuerpos de mayor tamaño que atravesaron un proceso de diferenciación planetaria (por ejemplo, Gaffey et al., 1993, 2002). El espectro característico de un asteroide tipo V presenta dos bandas de absorción en el infrarrojo cercano a 1 y 2  $\mu\text{m}$  (Fig. 2. Estas bandas de absorción

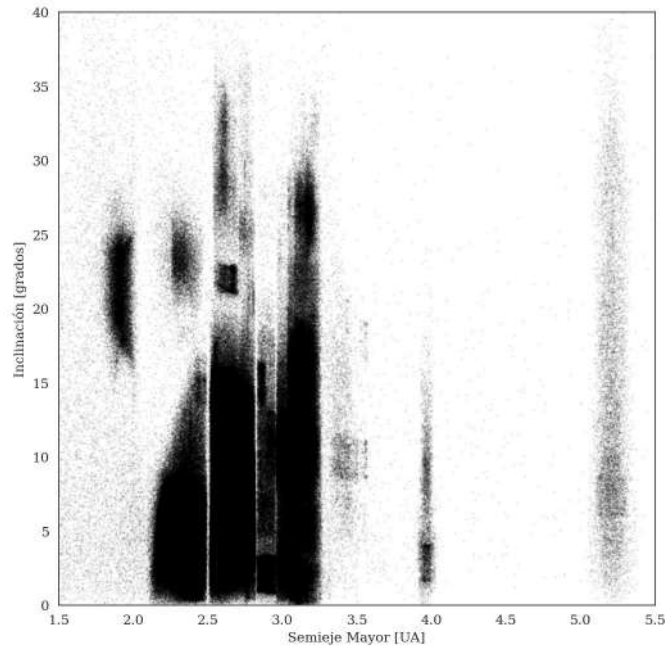


Figura 1: Distribución de asteroides en el Cinturón Principal y Troyanos de Júpiter. Este gráfico fue construido utilizando la base de datos del MPC actualizada el 17-04-2023.

corresponden a la presencia de grupos minerales de olivino y piroxeno. Nótese que para que un asteroide basáltico sea un vestoide es necesario que se ajuste tanto a criterios dinámicos como espectroscópicos, es decir, que tenga un espectro similar al de Vesta ([Mansour et al., 2020](#)). Una importante confirmación del vínculo entre los vestoides y Vesta la proporciona el descubrimiento de dos cráteres remanentes, Rheasilvia y Veneneia, con diámetros de  $500 \pm 25$  y  $400 \pm 25$  km, respectivamente ([Thomas et al., 1997](#); [Jaumann et al., 2012](#); [Marchi et al., 2012](#); [Schenk et al., 2012](#)). Esto sugiere que el impacto consiguió arrancar una fracción de la corteza basáltica de Vesta y una fracción de los fragmentos resultantes constituye la actual familia colisional, mientras que otros, a través de colisiones y del efecto Yarkovsky, migraron hacia regiones de resonancias orbitales. Allí, sus excentricidades fueron excitadas, provocando que una parte de ellos fueran expulsados del sistema solar o sus semiejes fueron disminuyendo en caída hacia el Sol ([Farinella et al., 1994](#)). Un estudio reciente de [Troianskyi et al. \(2023\)](#) sugiere que la mayoría de los tipos V en el cinturón principal interior fuera de la familia Vesta son claramente fugitivos de Vesta. Por otro parte, se han identificado algunos asteroides tipos V únicos más allá de los límites dinámicos de la familia de Vesta. El primero de ellos fue (1459) Magnya, que fue reconocido como basáltico a principios de la década de los 2000 ([Lazzaro et al., 2000](#)). Investigaciones posteriores sugirieron que este asteroide es muy probablemente parte de otro planetesimal (distinto de Vesta) que existió en las partes exteriores del cinturón principal ([Michtchenko et al., 2002](#)). En la actualidad, se han identificado decenas de asteroides de tipo V en las zonas media y externa del cinturón principal ([Hammergren et al., 2006](#); [Duffard & Roig, 2009](#); [Ieva et al., 2016,0](#)). Diferentes autores sugieren que asteroides del cinturón principal exterior como Eos, Eunomia y Merxia podrían ser la fuente de algunos de los tipos V en esta región anómala. Además, existen otros objetos que no pueden rastrearse hasta Vesta, como son los asteroides tipo V de muy baja inclinación ( $I < 6^\circ$ , [Nesvorný et al., 2008](#)) y pueden tener su origen en un cuerpo progenitor distinto. Además, algunos tipos V del cinturón principal interior tienen propiedades rotacionales incompatibles con la migración desde Vesta ([Oszkiewicz et al., 2015](#); [Oszkiewicz et al., 2018](#)).

El cinturón principal también presenta asteroides espectroscópicamente distintos que, en general, corresponden a composiciones diferentes. Los asteroides de tipo C son objetos oscuros, es decir de bajo albedo, con gran abundancia de carbono y están relacionados con las condritas carbonáceas. Los

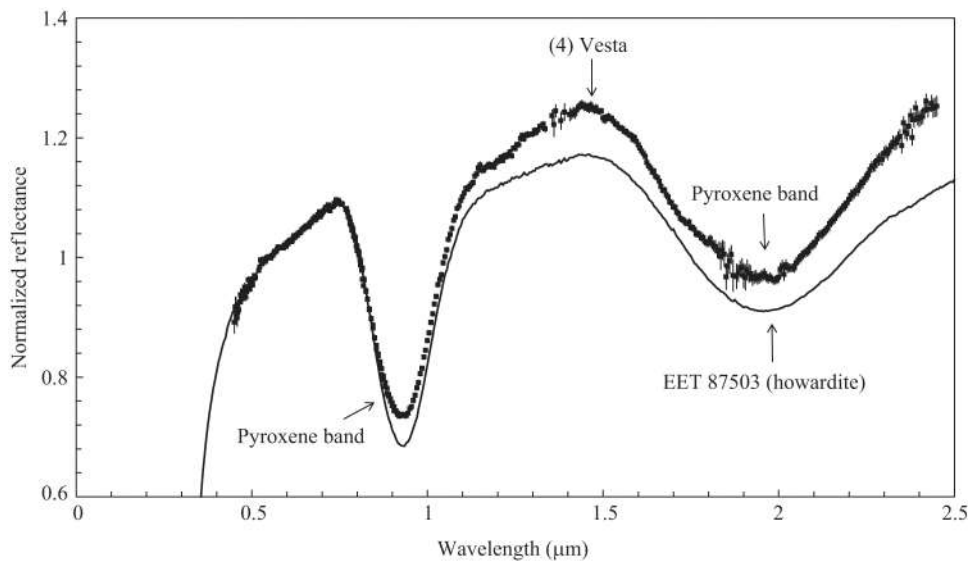


Figura 2: Espectros de reflectancia de Vesta (puntos) y EET 87503 (howardita) ( $< 25\mu$ ) (línea) (Hiroi et al., 1994). [Burbine et al. \(2017\)](#)

asteroides de tipo S son ricos en silicatos y se asocian a las condritas ordinarias. Las composiciones de los asteroides varían en función del semieje mayor  $a$  (Fig. 3): Los asteroides de tipo S son más abundantes en el cinturón principal interior y central ( $2,1 < a < 2,7$  UA), mientras que los asteroides de tipo C son más abundantes en las regiones exteriores ( $2,7 < a < 3,2$  UA). La taxonomía de asteroides será tratada con más detalle en la sección 1.5.

También podemos observar un tipo particular de asteroides, llamados troyanos, capturados en los puntos lagrangianos de Júpiter. El primer troyano de Júpiter fue descubierto hace un siglo por Max Wolf. Se sospecha que el número total de troyanos es similar al de los asteroides del cinturón principal ([Shoemaker et al., 1989](#)). Sus semiejes mayores son de  $\sim 5.2$  UA, su excentricidad orbital suele ser menor ( $< 0,2$ ) que la de los asteroides del cinturón principal, pero las inclinaciones son comparables (ver Figuras 1). Los objetos más grandes tienen diámetros superiores a 100 km. Suelen tener espectros sin rasgos significativos (tipo D) y un albedo óptico extremadamente bajo ([Tedesco, 1989](#); [Fernández et al., 2003](#)). Sin embargo, también hay troyanos clasificados como tipo P o C (ver Fig. 3), que se encuentran sobre todo en el punto L5 ([Fitzsimmons et al., 1994](#)). Las teorías recientes, por ejemplo, el Modelo de Nice ([Gomes et al., 2005](#); [Morbidelli et al., 2005](#); [Tsiganis et al., 2005](#)), *Grand Tack* ([Walsh et al., 2011](#); [Morbidelli et al., 2011](#)) y *Jumping Jupiter* ([Nesvorný et al., 2013](#); [Roig & Nesvorný, 2015](#)) apoyan la idea de que los planetas gigantes atravesaron una fase migratoria durante la evolución de nuestro sistema solar. Según esta hipótesis, los troyanos de Júpiter alcanzaron sus órbitas actuales dispersándose hacia el interior desde el disco protoplanetario primordial a medida que los planetas gigantes migraban hacia el exterior. La hipótesis alternativa sugiere que también es posible que los troyanos de Júpiter se formaran en su ubicación actual mediante la captura de planetesimales durante la formación de Júpiter ([Marzari & Scholl, 1998a,9](#); [Fleming & Hamilton, 2000](#)). Cabe destacar que existen sesgos observacionales en la muestra de troyanos de Júpiter debido a que se encuentran a gran distancia. Por ejemplo, un troyano situado a una distancia heliocéntrica de 5.2 UA es unas 4 magnitudes más débil que un asteroide del cinturón principal del mismo tamaño situado a una distancia heliocéntrica de 2.5 UA ([Szabó et al., 2007](#)). Sin embargo, en las últimas décadas, numerosas observaciones, relevamientos, experimentos y análisis relacionados con los troyanos de Júpiter han profundizado considerablemente nuestra comprensión de sus propiedades físicas, incluyendo tamaños, colores y tipos taxonómicos ([Pan et al., 2022](#)). Con la próxima exploración de la nave espacial Lucy ([Levison et al., 2021](#)), un análisis remoto más detallado de los troyanos de Júpiter es una tarea aún más apremiante.



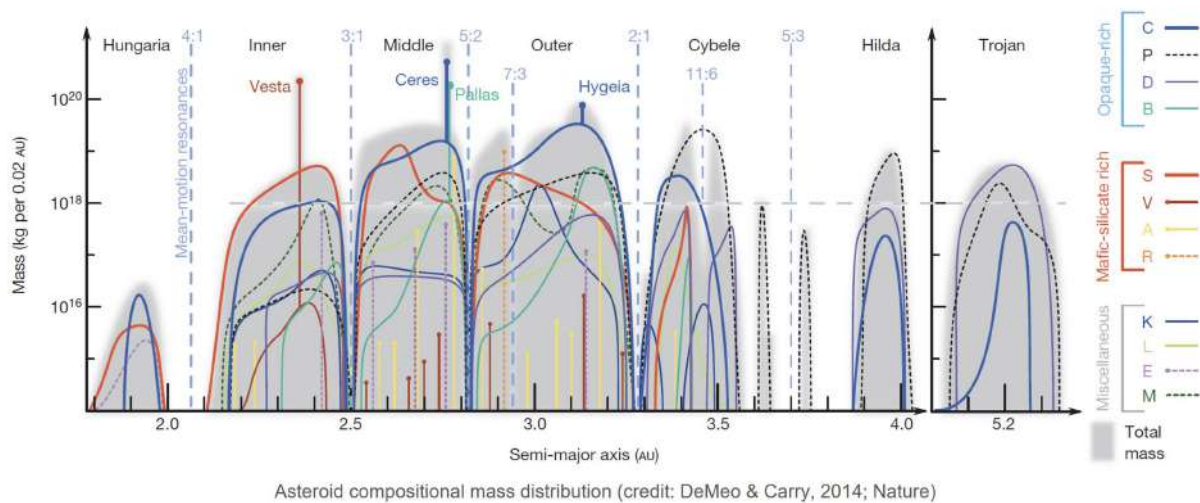


Figura 3: Distribución taxonómica de asteroides en el Cinturón Principal (DeMeo & Carry, 2014).

También existen poblaciones de asteroides con vidas dinámicas cortas, por ejemplo, los “Near Earth Asteroids” (NEAs), los centauros y diferentes tipos de cometas. Se cree que los NEAs evolucionaron a su ubicación orbital actual desde el cinturón de asteroides debido al efecto Yarkovsky y a las interacciones gravitatorias con Júpiter y Saturno (Bottke et al., 2006; Granvik et al., 2017; Wisdom, 1983). Como mencionamos, los NEAs son una población transitoria, con vidas dinámicas de  $10^6$  a  $10^8$  años (Morbidelli & Gladman, 1998). Hasta la fecha se han descubierto más de 3100 asteroides cercanos a la Tierra de todos los tamaños<sup>1</sup>. Estos objetos son de especial interés ya que pueden ser una amenaza para la humanidad debido al peligro potencial de colisión con nuestro planeta (Perna et al., 2013,0). Las estimaciones actuales sobre la distribución de tamaño de los “Potentially hazardous asteroids” (PHAs) indican que los objetos capaces de causar una catástrofe global (mayores de 1 km de diámetro) impactan aproximadamente cada 700 000 años (National Research Council et al., 2010). Sin embargo, los objetos más pequeños aún pueden causar daños considerables (Chapman, 2004; Mainzer et al., 2011).

Mas allá de la órbita de Neptuno, encontramos a los objetos transneptunianos. La región transneptuniana actual está formada por los objetos Clásicos Calientes, compuestos por cuerpos que pueden haberse formado dentro de las 30 UA pero que fueron dispersados hacia el exterior por la migración de Neptuno, y los objetos Clásicos Fríos, compuestos por cuerpos que probablemente se formaron más allá de 30 UA y tuvieron menos interacción con Neptuno (Morbidelli & Nesvorný, 2020). La población resonante está formada por objetos trans-neptunianos (TNOs por sus siglas en inglés) que se encuentran en resonancias de movimiento medio con Neptuno situadas  $a > 30$  UA del Sol. Los objetos de disco disperso son TNOs que están en órbitas cuyos semiejes mayores aumentan aproximadamente más de 1.5 UA en 10 millones de años (Morbidelli et al., 2004). Los troyanos neptunianos situados a 30 UA en los puntos de Lagrange L4 y L5 de Neptuno (Sheppard & Trujillo, 2006), han sido capturados por el planeta durante su migración hacia el exterior (Gomes & Nesvorný, 2016). Como puede verse en la Figura 4, detectamos muy pocos objetos transneptunianos con  $a > 50$  UA y perihelios  $q > 47$  UA. Estos objetos se denominan “desvinculados” porque se cree que proceden del disco disperso, pero se han desprendido de dicha población por algún mecanismo que excitó sus perihelios (Malhotra, 2019).

<sup>1</sup><http://neo.jpl.nasa.gov/stats>

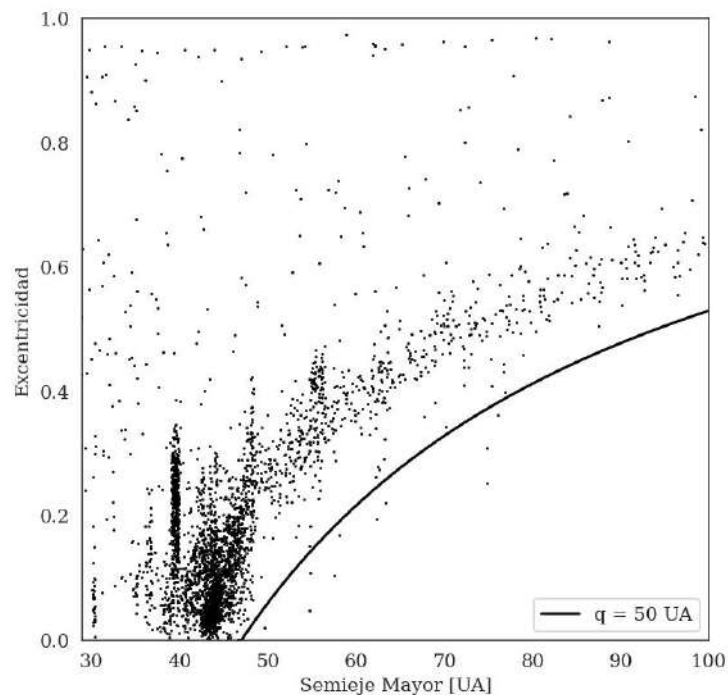


Figura 4: Distribución de objetos en la región transneptuniana. Este gráfico fue construido utilizando la base de datos del MPC actualizada el 17-04-2023

### 1.2 Técnicas observacionales: Espectroscopía y Fotometría

Anteriormente, se hizo un repaso de algunas de las características principales que se conocen de los asteroides de nuestro Sistema Solar. Gran parte de todo lo que entiende hoy en día de esta población, proviene de la observación de su brillo. Existen diferentes técnicas que se pueden aplicar al estudio de estos objetos. Entre ellas, la espectroscopía y la fotometría.

Los asteroides son cuerpos que no tienen luz propia, sino que reflejan la luz que proviene del Sol. La luz solar que incide sobre la superficie del objeto, se dispersa o es absorbida por los granos minerales de la misma. La fracción de luz que es reflejada hacia la Tierra puede variar en función de la longitud de onda, dependiendo de las propiedades ópticas de estos granos.

Los estudios de espectrofotometría de banda estrecha comenzaron a realizarse a finales de los años sesenta. Para ello, se utilizaban filtros de banda estrecha que cubrían el rango de 0,3 a  $1,1\mu m$ . Estos datos ayudaron a definir algunas de las características principales que describen los espectros de asteroides en el rango visible, y también proporcionaron la base para desarrollar las primeras taxonomías de asteroides, que describiremos con más detalle en la Sección 1.5. Alrededor de 1985, se desarrollaron los primeros espectrógrafos astronómicos que incorporaban cámaras de dispositivos de carga acoplada (CCD) para tomar los espectros. El uso de los espectrógrafos de rendija larga en el estudio de los asteroides supuso una gran ventaja sobre la fotometría de filtro tradicional. Para obtener el espectro de un asteroide, debemos observar al objeto de interés y estrellas estándares (análogas al Sol). Luego centraremos cada uno de los objetos en la rendija de manera tal que la máxima cantidad de luz del objeto pase a través de la rendija (Fig. 5a). A continuación debemos corregir las imágenes por bias, flat, dark y rayos cósmicos. El siguiente paso será extraer el espectro unidimensional y calibrarlo (Fig. 5b y c). Finalmente debemos normalizarlo, dividiéndolo por el espectro de una estrella análoga al Sol (Fig. 5d). Si bien este procedimiento no parece tener una alta complejidad, existen diversos factores que obstaculizan la obtención de los espectros. En primer lugar, el hecho de que el Sol no pueda medirse directamente con un espectrógrafo CCD requiere el uso de otras estrellas similares al Sol. Cualquier diferencia entre los espectros

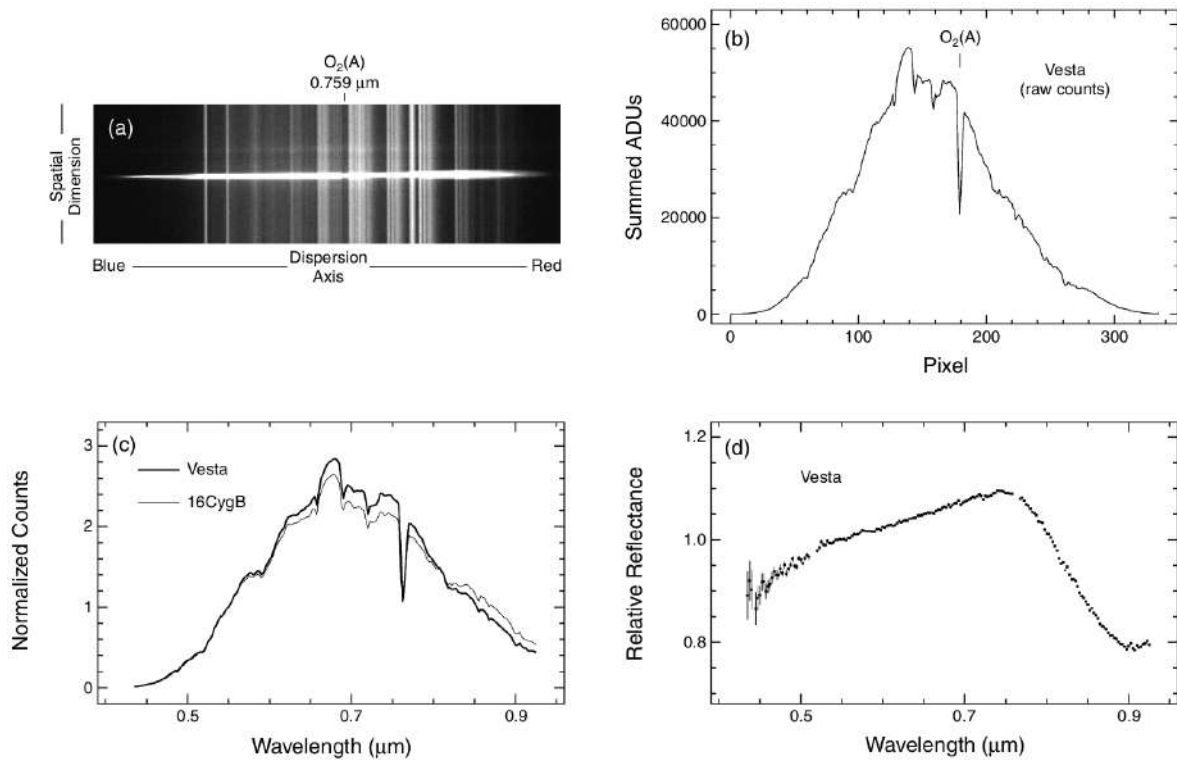


Figura 5: Cuatro pasos en la reducción de espectros de asteroides (Bus et al., 2002)

de estos análogos solares y el espectro solar real puede dar lugar a errores en la medición. Dado que la luz solar reflejada por un asteroide sólo interactúa con los granos de la superficie, el espectro medido sólo representa las propiedades ópticas de esos granos. Generalmente se asume que este material de la superficie es representativo de la composición del asteroide, pero otras propiedades de estos granos, incluyendo su temperatura, distribución de tamaños y los efectos de la exposición prolongada al espacio, también pueden afectar a sus propiedades espectrales. Dado que los discos de los asteroides no se resuelven vistos desde la Tierra, el espectro medido representa las características de reflectancia promediadas sobre todo el disco iluminado y puede verse afectado por cambios en la geometría de observación. Antes de que la luz reflejada por el asteroide llegue a la superficie de la Tierra, atraviesa nuestra atmósfera, donde puede dispersarse y ser absorbida. Por último, es necesario conocer las características tanto del espectrógrafo como del detector, para poder calibrar y eliminar cualquier desviación instrumental que pueda estar presente en las mediciones.

La existencia de rasgos o bandas de absorción en los espectros de los asteroides permite diagnosticar la presencia de determinados minerales formadores de rocas y constituye una poderosa herramienta para investigar la composición de la superficie de los asteroides. Dos de las características principales en los espectros de asteroides en las longitudes de onda visibles que han sido fundamentales para la descripción y clasificación de los asteroides son: la pendiente del espectro a partir de  $0.55 \mu\text{m}$ , cuya magnitud depende de la presencia o ausencia de agentes de enrojecimiento como el hierro, níquel u elementos orgánicos; y la presencia o ausencia de una banda de absorción típicamente cerca de  $1 \mu\text{m}$ , relacionada a los silicatos.

Otra importante fuente de información es la fotometría de asteroides. Obtendremos las imágenes de nuestro objeto, las corregiremos por bias, flat, dark y rayos cósmicos (como fue en el caso de espectroscopía) y luego, mediante una técnica conocida como fotometría de apertura, obtendremos la magnitud instrumental  $m_{inst}$  del objeto de interés. El siguiente paso será eliminar la influencia de la distancia, asumiendo que el asteroide se encuentra a 1 UA del Sol y del observador:

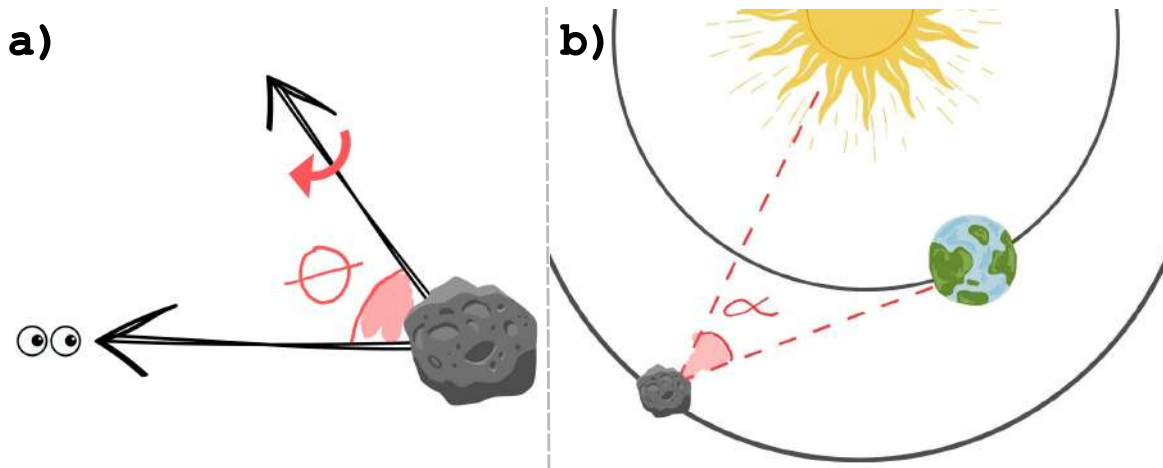


Figura 6: a) Ángulo de aspecto. b) Ángulo de fase.

$$m_{red} = m_{inst} - 5\log(r\Delta) \quad (1)$$

donde  $m_{red}$  es la magnitud reducida a la distancia unitaria del Sol y el observador,  $r$  es la distancia al observador y  $\Delta$  es la distancia heliocéntrica. A partir de la magnitud reducida, podemos estudiar cómo es la variación de brillo de estos objetos debido a diferentes causas. Por ejemplo, podemos analizar cómo varía la magnitud en función del tiempo (curva de luz, ver Cap. 1.3). Si asumimos que las variaciones son sólo por la forma del asteroide y que la rotación se da alrededor de su eje principal, podemos determinar el período de rotación con un análisis de Fourier. Por otro lado, si asumimos que el objeto tiene forma elipsoidal, la amplitud de la curva de luz nos da una estimación de su forma (si es más elongado o más esférico). Ahora bien, las variaciones en la configuración geométrica (ángulo de aspecto y de fase) conlleva a variaciones en la forma de la curva de luz. El ángulo de aspecto  $\theta$  es el ángulo entre la línea de la visual al observador y el eje de rotación del asteroide (Fig. 6a). El ángulo de fase es el ángulo formado entre las visuales al Sol y al observador, visto desde el asteroide (Fig. 6b). Analizar cómo cambia la curva de luz en diferentes geometrías permite determinar la forma y la dirección del eje de rotación del asteroide, utilizando un método conocido como Inversión de la Curva de Luz.

Una posibilidad interesante que, como mencionamos, es explorada desde los años sesenta es la espectrofotometría. A pesar de que la resolución espectral que se obtiene con esta técnica es considerablemente menor que la que podemos lograr mediante espectroscopía, sí nos permite discernir las características espectrales más importantes. Los asteroides son objetos, en general, débiles. La espectroscopía implica dispersar ese bajo brillo, con lo cual, está limitada a objetos con magnitudes considerablemente bajas. Sin embargo, la fotometría nos permite llegar, incluso con telescopios modestos, hasta magnitudes  $> 20$ . Observando a un mismo objeto en diferentes filtros (es decir, diferentes longitudes de onda) podemos construir su fotospectro. Esta técnica puede aplicarse a un número de objetos considerablemente mayor.

A continuación describiremos las tres herramientas, con base en en análisis fotométrico, que serán estudiadas a lo largo de este trabajo: curvas de luz, curvas de fase y la taxonomía de asteroides.

### 1.3 Curvas de luz

Las curvas de luz de asteroides vienen dadas por la variación de luz en el tiempo debido a la forma no esférica de estos objetos o manchas de albedo en su superficie. Para estudiarlas, construimos un diagrama de fase. es decir graficamos magnitud vs fase rotacional (Fig. 7). Si suponemos que la curva de luz del asteroide es periódica y que resulta sólo de la forma del objeto, podemos calcular el período de rotación



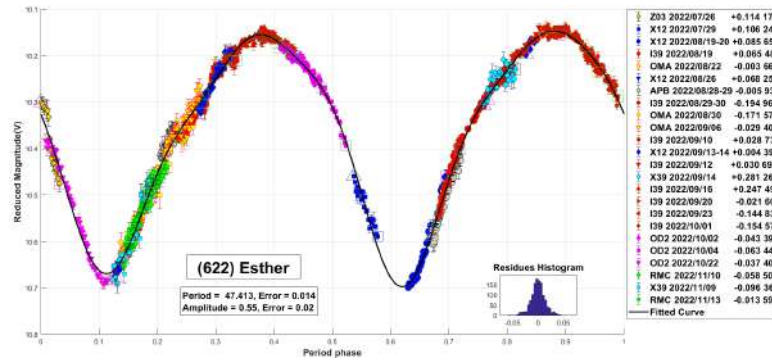


Figura 7: Curva de luz de (622) Esther por el Grupo de Observadores de Rotaciones de Asteroides (GORA).

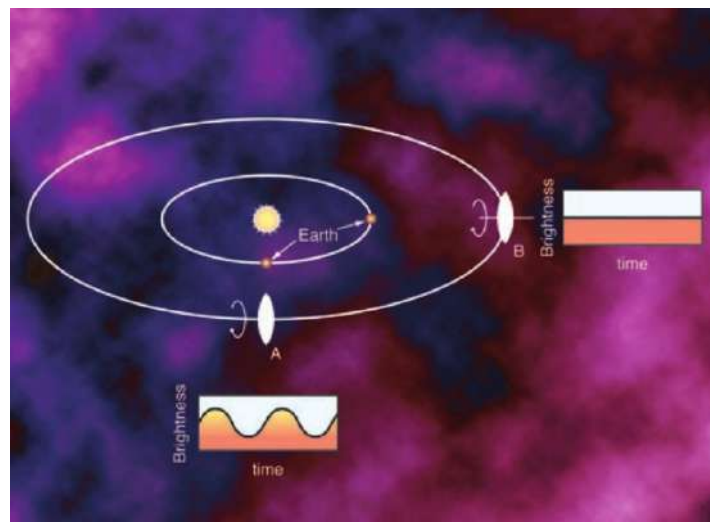


Figura 8: Variación de la amplitud de la curva de luz en función del ángulo de aspecto. (McFadden et al., 2007).

con un análisis de Fourier. La magnitud  $m$  es una función periódica del tiempo  $t$ . Esta función puede describirse como:

$$m(\alpha, t) = \bar{m}(\alpha) + \sum_{k=1}^n [A_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{P}\right) + B_k \text{cos}\left(\frac{2\pi kt}{P}\right)], \quad (2)$$

donde  $\bar{m}(\alpha)$  es la magnitud media para un dado ángulo de fase,  $A_k$  y  $B_k$  son los coeficientes de Fourier de orden  $k$ -ésimo y  $P$  es el período.

Por otro lado, si suponemos que el asteroide es un elipsoide con ejes de simetría  $a, b, c$  tal que  $a > b > c$  podemos estudiar qué tan elongado es el objeto utilizando la relación  $\Delta m \sim \log\left(\frac{a}{b}\right)$ .

Como habíamos mencionado, la amplitud de la curva de luz también puede cambiar con respecto al tiempo, a medida que varía el ángulo de aspecto. En la Figura 8 esquematizamos este fenómeno. Cuando el objeto está en el punto A, el ángulo de aspecto es de  $90^\circ$ , en este momento es cuando tendremos la mayor amplitud de la curva de luz dado que estamos mirando hacia el ecuador del objeto. Cuando el cuerpo se mueve al punto B, el ángulo de aspecto es  $0^\circ$  y no notaremos variación de brillo (la amplitud de la curva será prácticamente cero) ya que estamos mirando hacia el polo del asteroide. Como mencionamos anteriormente, las observaciones detalladas de este fenómeno permiten encontrar la forma y la orientación del eje de rotación del objeto mediante técnicas de inversión de curvas de luz.

El estudio de las curvas de luz se conoce desde febrero de 1901, cuando Herr E. van Oppolzer descubrió que la luz del asteroide Eros variaba, con un período de 2 horas y 38 minutos (en 1902 se corrigió este valor por 5 horas y 16 minutos, prácticamente el medido actualmente). Los científicos postularon que esta variación debería ser consecuencia de la rotación del objeto y, por lo tanto, podría determinarse no solo su período de rotación sino también la dirección de su eje de rotación (Pickering, 1901). Además, se sabía que el máximo en la variación de la luz debería darse cuando el eje de rotación formara ángulos rectos con la línea de la visual. Por otro lado, si el eje de rotación coincidiera con la línea de la visual, no podría detectarse variación alguna. Las hipótesis planteadas en su momento, para explicar este comportamiento, fueron las siguientes: a) Eros era más oscuro en unas de sus caras, b) Eros era un cuerpo elongado o binario (Royal Astronomical Society, 1902).

A principios del siglo XX, en 1906, ya se planteaba la posibilidad de tratar el problema de la “inversión de la curva de luz”. Como mencionamos, una de las hipótesis para explicar la variación de luz, es la desviación del cuerpo de la forma esférica. Russell (1906) planteó las siguientes preguntas: ¿Cómo es la curva de luz producida por la rotación de un cuerpo con manchas arbitrarias? ¿Hasta qué punto es posible razonar al revés, desde la curva de luz hasta los factores que la producen? Luego de un extenso análisis, el autor concluye que, estudiando la curva de luz, se pueden obtener ciertos parámetros como la presencia/ausencia de atmósfera, manchas de albedo, y la orientación del eje de rotación. Sin embargo, concluye que la determinación de la forma del asteroide es prácticamente imposible. Esto es así porque en su expresión final para la función que describe el brillo del asteroide, existen infinitas distribuciones que pueden explicar las curvas de luz observadas.

El primer relevamiento sistemático de curvas de luz fue llevado a cabo por Bailey & Pickering (1913), quienes observaron varios asteroides, incluido (433) Eros, con fotometría visual. Los autores observaron a Eros desde abril hasta agosto de 1903, y lograron notar un importante cambio en la amplitud de la curva de luz del asteroide (de 1.13 a 0.1 magnitudes), lo cual era de esperar por el cambio de ángulo de aspecto. Además, pudieron detectar variabilidad en otros 5 asteroides: (30) Urania, (108) Hecuba, (116) Sirona, (186) Celuta y (345) Tercidina. Años más tarde, la fotometría fotoeléctrica permitió obtener curvas de luz más precisas. En 1954, Groeneveld & Kuiper, comenzaron un extenso relevamiento de mediciones de brillo de asteroides, que dio como resultado una seguidilla de 10 trabajos científicos publicados.

Para finales de siglo XX, la actividad científica en torno al estudio de rotaciones de asteroides se encontraba muy activa, y, por lo tanto, comenzaron a realizarse los primeros estudios estadísticos en esta materia. Por su parte, Harris (1977), realiza un análisis estadístico con una muestra de 83 asteroides. Dicho análisis sugirió que la distribución de las tasas de rotación era compatible con un origen colisional de las rotaciones. Observó que existe una tendencia hacia una rotación más rápida para asteroides de pocos kilómetros de diámetro. El modelo analítico utilizado por el autor, sugiere que la tasa de rotación resultante de las colisiones es constante para asteroides grandes e inversamente proporcional al radio para asteroides pequeños. Las conclusiones finales a las que se arriba en este trabajo fueron que: a) si la rotación de asteroides es inducida por colisiones, entonces incluso los asteroides más grandes han sufrido colisiones catastróficas antes de alcanzar el equilibrio rotacional, b) la tendencia hacia rotaciones más rápidas para asteroides con diámetros de pocos kilómetros, indicaría que estos objetos poseen materiales con una resistencia mucho mayor que la que se suponía anteriormente. Richard P. Binzel (1989) confirmaron que la distribución de asteroides con diámetros mayores a 125 kilómetros se ajusta bien a una distribución de Maxwell, como es de esperar en sistemas colisionales evolucionados (Salo, 1987). Sin embargo, la muestra total utilizada por los autores (de 375 asteroides) y el rango de diámetros más pequeños se desvían de dicha distribución. Los autores concluyen que los objetos más grandes de 125 km habrían alcanzado un estado colisional evolucionado y que deberían existir otros procesos (además de la evolución colisional) que den como resultado la superposición de dos o más poblaciones como se observa. En 1996, Harris actualiza su base de datos de rotaciones de asteroides, contando con un total de 688 mediciones. En esta oportunidad, centra su atención en los asteroides con diámetros menores a 10

kilómetros. El autor observa que en su muestra no hay ningún asteroide que rote lo suficientemente rápido para estar en un régimen de tensión, es decir, en el que se deshacería si no tuviera una considerable resistencia a la deformación. Al realizar el histograma de la distribución de rotaciones para esta población (Fig. 9 a), nota que la misma está truncada en el extremo rápido, lo que implica que estos asteroides pequeños no tienen resistencia a la deformación (no son monolíticos) y deberían ser “rubble-piles”. Harris nota por primera vez la “barrera de rotación”: ningún asteroide de los observados posee una rotación más rápida que el período crítico en el cual el asteroide se fragmentaría para una densidad de  $2.7 \text{ g/cm}^3$ . Por otro lado, Harris encuentra que los asteroides que rotan muy rápido poseen amplitudes de curvas de luz pequeñas, como es de esperar si la tasa de rotación está limitada por la resistencia a la deformación. Finalmente, Harris plantea la búsqueda de su “Santo Grial” del estudio de asteroides: un objeto que rote tan rápido tal que esté indudablemente dominado por el régimen de tensión, es decir, que sea monolítico. Además de Harris, gran cantidad de autores (McAdoo & Burns, 1973; Harris & Burns, 1979; Farinella et al., 1981; Dermott et al., 1984; Fulchignoni et al., 1995, entre otros) se interesaron en comparar la distribución observada de períodos de rotación con una distribución de Maxwell. No obstante, todas presentaban un mismo problema: los autores asumían que la tasa media de rotación es constante para todos los diámetros. Pravec & Harris (2000) demuestran que esto no era correcto y proponen una solución: intentando tener en cuenta los diferentes tamaños de los asteroides, normalizan cada tasa de rotación a la tasa de rotación media geométrica  $\langle f \rangle = 1,44\sigma$  (aquí  $\sigma$  toma diferentes valores dependiendo del rango de diámetros que se esté estudiando) para un dado rango de tamaños, y luego analizan si la distribución se asemeja a una distribución de Maxwell o no (Fig. 9 b). Pravec et al. (2002) repite este procedimiento para una muestra de 984 asteroides (Fig. 9 c), dividiendo en tres grupos según el diámetro de los objetos. La distribución para objetos con diámetros mayores a 40 kilómetros es marginalmente diferente a una distribución de Maxwell. Presenta un exceso entre 2.2 y 2.8 horas. La mayoría de los asteroides que caen en este rango son asteroides de tipo taxonómico M. El mecanismo que produce que roten más rápido que el promedio no es explicado en este trabajo. Para asteroides entre 0.15 y 10 kilómetros, la distribución no es una distribución de Maxwell y presenta excesos tanto de rotadores rápido como lentos. Pravec nota que, en el pasado, diferentes autores han intentado ajustar sumas de distribuciones de Maxwell a esta población, pero los resultados obtenidos son muy pobres (sobre todo para el exceso de rotadores lentos). Las propiedades colisionales de este grupo, sugieren que son objetos con una resistencia a la deformación prácticamente nula, es decir, “rubble-piles”. En su mayoría, ganan momento angular a través de colisiones (Paolicchi et al., 2002) pero también se ven afectados por procesos no colisionales, por ejemplo el efecto YORP, desconocido aún en esta época. En el rango de asteroides muy pequeños (diámetros menores a 0.15 km) encontramos que la mayoría de ellos rota con períodos menores a 2 horas. Las rotaciones observadas son tan rápidas que los cuerpos deben encontrarse en estado de tensión, ya que no podrían mantenerse unidos solo por gravedad. Estos asteroides serían los objetos monolíticos que Harris consideraba su “Santo Grial”.

Un estudio estadístico más actual es el realizado por Warner et al. (2009), utilizando la muestra del “Ligth-Curve Database”. Los autores graficaron la tasa de rotación versus el diámetro para unos 3000 asteroides (Fig. 10).

Allí, indican la “barrera de rotación” identificada por primera vez por Harris. En este gráfico prácticamente no necesita ser señalada, se ve claramente. En la parte superior izquierda de la barrera de rotación se encuentran los rotadores “súper rápidos”, mencionados como el “Santo Grial” en el trabajo de Harris cuando no se conocía ninguno, al momento del trabajo de Warner, se conocían 50. En la misma figura también se han trazado líneas que indican las escalas de tiempo de amortiguación de la rotación “tumbling” (Harris, 1994). Con respecto al análisis de la distribución de períodos de rotación, los autores se centran en el análisis de aquellos objetos con diámetros menores a 50 kilómetros, que son los más polémicos. Como mencionamos antes, Pravec et al. (2002) observan el exceso de rotadores lentos y rápidos en este grupo, pero no pueden dar una explicación satisfactoria (lo mismo le sucedió a Richard P. Binzel

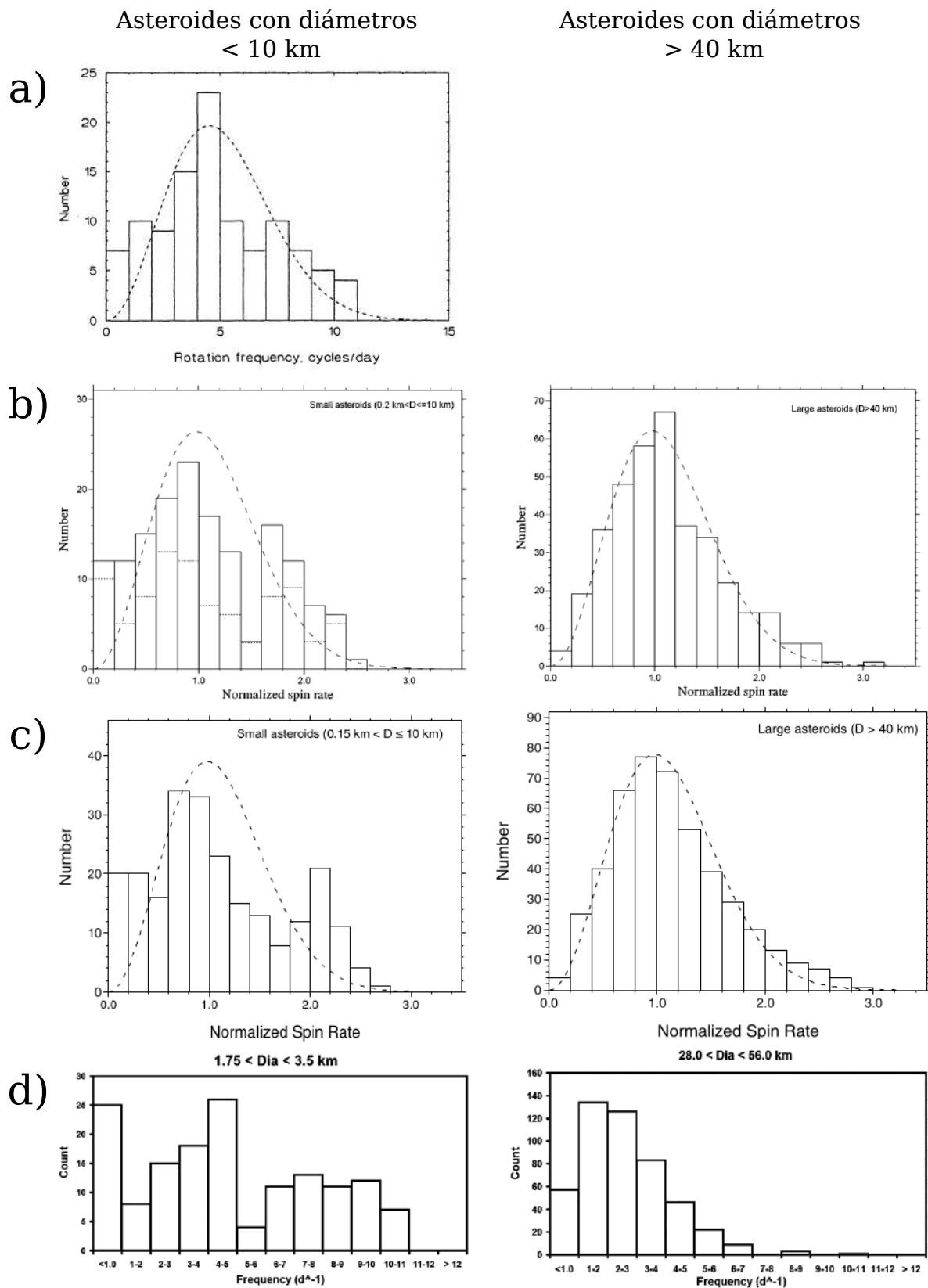


Figura 9: a) b) c) d)



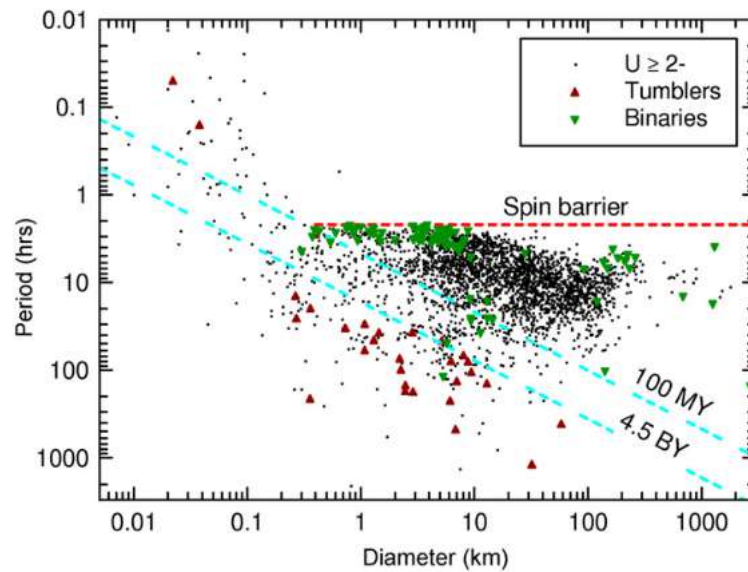


Figura 10: La distribución de 2940 asteroides basada en la tasa de rotación (frecuencia) frente al diámetro. La llamada “barrera de rotación” en 2.2 horas es evidente. Los asteroides “tumbling” se encuentran principalmente en un rango en el que la escala de tiempo de amortiguación del cabeceo es larga en comparación con la edad del Sistema Solar.

(1989)). Sin embargo, en este trabajo se sugiere que estos asteroides pequeños pueden estar afectados por el efecto YORP, que acelera o desacelera su rotación y da como resultado la distribución observada. Warner et al. (2009) también grafican las distribuciones de frecuencia, dividiendo en diferentes rangos de diámetros (Fig. 9 d).

Para finalizar esta sección, vamos a discutir los sesgos observacionales que están presentes en todos los estudios mencionados (y muchos otros). Marciniak et al. (2018) exponen de manera muy completa este tema. La mayor parte de lo que conocemos hasta ahora sobre las propiedades físicas de asteroides se basa en muestras estadísticamente no representativas. La mayoría de los asteroides bien estudiados son objetos que rotan relativamente rápido y que poseen una forma bastante elongada que da lugar a amplitudes de curvas de luz considerables. En la actualidad, una de las aplicaciones más importantes de las curvas de luz es la obtención de modelos 3D de asteroides utilizando inversión de curvas de luz. Dado que el modelado de asteroides mediante esta técnica requiere datos de una amplia variedad de geometrías de visualización, reunir un número suficiente de curvas de luz densamente muestreadas a lo largo de múltiples apariciones para objetos de períodos largos ( $P > 12$  horas) es una tarea muy exigente desde un punto de vista observacional. Sin embargo, si excluimos estos asteroides de nuestros estudios, significaría omitir casi el 50 % de la población total. Otro grupo problemático son los objetos que tienen amplitudes de curvas de luz muy bajas ( $\Delta m_{max} < 0,25$  mag). La cantidad de modelos y períodos de rotación que tenemos para estos asteroides es escasa, ya que para estudiarlos necesitamos datos fotométricos de muy buena precisión. Hoy en día, los datos más utilizados para modelar asteroides provienen de los grandes relevamientos que poseen precisiones fotométricas muy bajas, de 0.1 o 0.2 magnitudes (Hanus & Durech, 2011) por lo que no se suelen incluir en las muestras. Como resultado de todo esto, hay un gran vacío en el espacio de parámetros (Fig. 11), del cual se sabe muy poco: no conocemos la distribución de sus ejes de rotación, forma o estructura interna. Algunos de ellos podrían incluso ser “tumbling” o binarios.

Si bien durante tantos años de investigación hemos aprendido mucho sobre las propiedades rotacionales de los asteroides, aún queda el desafío de conseguir estudios con muestras estadísticas más representativas de la población en general.

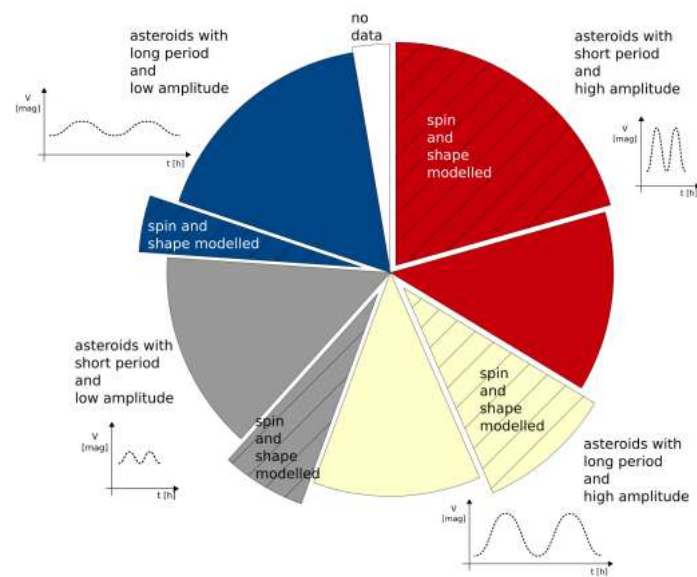


Figura 11: Distribución de los periodos y amplitudes máximas conocidas entre los 1200 asteroides más brillantes del cinturón principal (basado en LCDB, Warner et al. 2009, actualizado el 5 de septiembre de 2016).

### 1.4 Curvas de fase

La curva de fase de un asteroide describe la variación de brillo, expresada en magnitudes y normalizada a 1 UA del Sol y del observador, en función de la variación del ángulo de fase. Conociendo la órbita y, por tanto, la distancia de un asteroide observado en una época determinada, si llamamos  $\alpha$  al ángulo de fase y  $m_V$  a la magnitud aparente medida, podemos calcular  $V(\alpha, 1, 1)$ , es decir, la conversión de  $m_V$  en la magnitud reducida. Luego, podemos estudiar la variación de  $V(\alpha, 1, 1)$  con el ángulo de fase  $\alpha$  (Fig. 12). Para ello, se han desarrollado diferentes modelos que permiten extraer importantes parámetros físicos de las curvas de fase de asteroides.

El comportamiento fotométrico de los cuerpos sin atmósfera del Sistema Solar viene determinado por sus estructuras macroscópicas y por las propiedades de dispersión de la luz de sus superficies, relacionadas con su composición, textura y rugosidad. En particular, las características topográficas locales de la superficie producen efectos de sombra, dependiendo de las condiciones de iluminación. Las sombras tienden a desaparecer cuando el objeto se observa casi desde la misma dirección desde la cual está iluminado. Este aumento de brillo no lineal que se produce en ángulos de fase pequeños, menores a  $6^\circ$  (Carbognani et al., 2019) se conoce como “efecto de oposición”. Si bien la mayoría de asteroides presenta este comportamiento, existen poblaciones como los troyanos y TNOs cuyas curvas de fase son bien descritas por funciones lineales, incluso para ángulos de fase pequeños. Por otra parte, es bien conocido y podría tomarse como regla general que el aumento de magnitud se comporta de forma casi lineal para ángulos de fase grandes, mayores a  $10^\circ$ .

Uno de los parámetros más importantes que pueden extraerse del ajuste de una curva de fase, es la magnitud absoluta  $H$ , que es la magnitud reducida  $V(\alpha, 1, 1)$  pero para  $\alpha = 0$ . Sin embargo, la determinación de las magnitudes absolutas de los asteroides no es trivial. Debido a la no coplanaridad de sus órbitas con la de la Tierra, los objetos difícilmente pueden verse en una oposición perfecta, sino a un valor mínimo de ángulo de fase que cambia en diferentes apariciones del mismo objeto. Así mismo, es fundamental determinar las magnitudes absolutas de manera precisa, ya que permite derivar otras cantidades cuya determinación es en general complicada mediante uso de técnicas de observación. Por ejemplo, la magnitud absoluta  $H$  se relaciona con el albedo geométrico  $p_v$  y el diámetro  $D$  mediante:

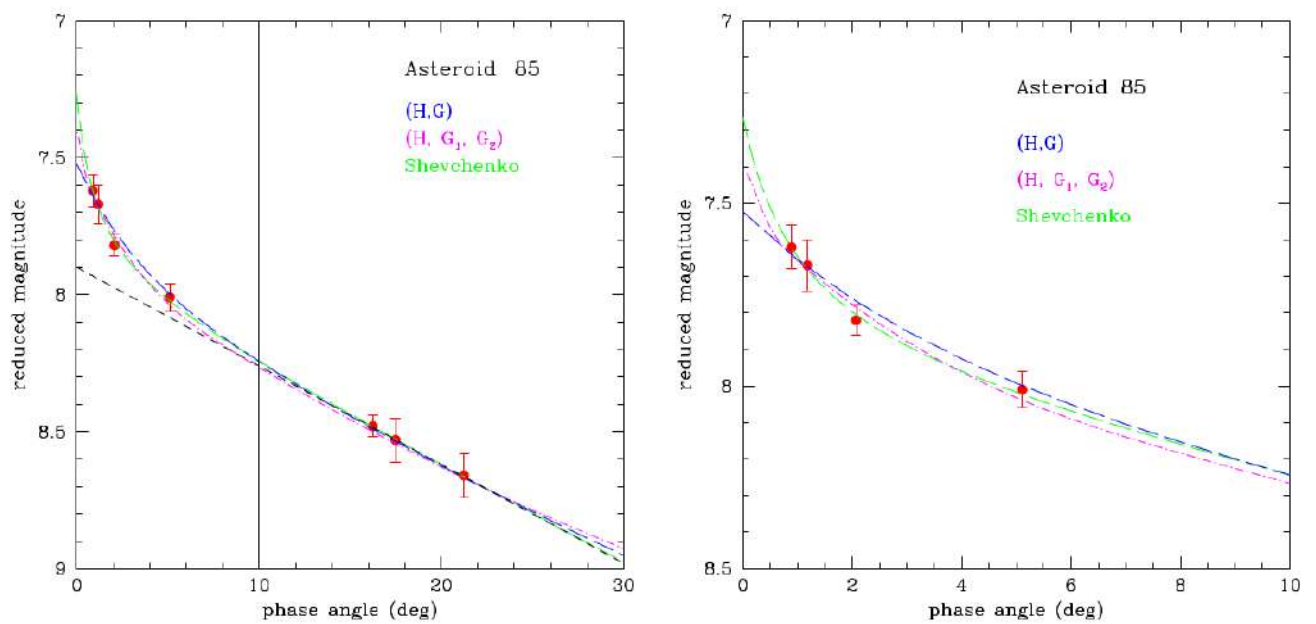


Figura 12: Curva de fase en la banda V para (85) Io, Carbognani et al. 2019. Izquierda: curva de fase completa. Derecha: acercamiento en la zona de la oposición.

$$\log_{10}(D) = 3,12 - 0,2H - 0,5\log_{10}(p_V).$$

En un principio, se creía que todos los asteroides tenían un efecto de oposición más o menos similar, sin importar su tamaño, composición o albedo [Gehrels & Tedesco \(1979\)](#); [Scaltriti & Zappala \(1980\)](#). Sin embargo, con el tiempo surgieron trabajos que mostraron diferencias en el comportamiento magnitud-fase cerca de la oposición para asteroides de distintos tipos taxonómicos y/o con diferentes valores de albedo ([Harris & Young, 1988](#); [Dovgopol et al., 1992](#); [Belskaya et al., 1994](#); [Shevchenko, 1996](#), entre otros). En general, estos trabajos eran realizados con muestras de no más de 100 asteroides. [Belskaya & Shevchenko \(2000\)](#), estudiaron en detalle el efecto de oposición buscando una relación clara con el albedo de los objetos. Los autores separaron su muestra de 33 asteroides por tipo taxonómico y calcularon las curvas de fase para cada uno de ellos. Para ángulos de fase pequeños, se observa un comportamiento diferente para diferentes tipos taxonómicos; sin embargo, los asteroides de una misma taxonomía presentan un comportamiento similar (Fig. 13).

Como hemos visto resumidamente, los trabajos realizados sobre curvas de fase nos muestran la importancia que tienen al determinar ciertos parámetros físicos. Sin embargo, crear catálogos consistentes de magnitudes y parámetros de curvas de fase es un objetivo desafiante. Para empezar, los modelos para el ajuste de curvas de fase fueron derivados utilizando el máximo brillo de la curva de luz para cada ángulo de fase. Por esta razón, dichas funciones de fase pueden usarse para predecir la variación del máximo brillo en función del ángulo de fase, pero puede resultar en errores sistemáticos si se las utiliza para estudiar la variación del brillo medio ([Martikainen et al., 2021](#)). Por otra parte, hoy en día, disponemos de relevamientos que aportan grandes cantidades de observaciones de asteroides. Sin embargo, estos catálogos suelen ser de datos dispersos, en los cuales las condiciones de iluminación y geometría de observación pueden variar sustancialmente entre una observación y otra. En la mayoría de los casos, no contamos con curvas de luz densamente muestreadas para cada ángulo de fase y, por lo tanto, no somos capaces de definir el máximo brillo de la curva de luz. Actualmente, se están realizando innumerables esfuerzos para poder sacar el mejor provecho de los datos dispersos y diferentes autores proponen novedosas técnicas para atacar este problema.

Muchos trabajos acuden a simulaciones Monte Carlo para estimar los parámetros de las curvas de fase debido a su capacidad para estimar la incertidumbre estadística y sistemática en la magnitud ab-

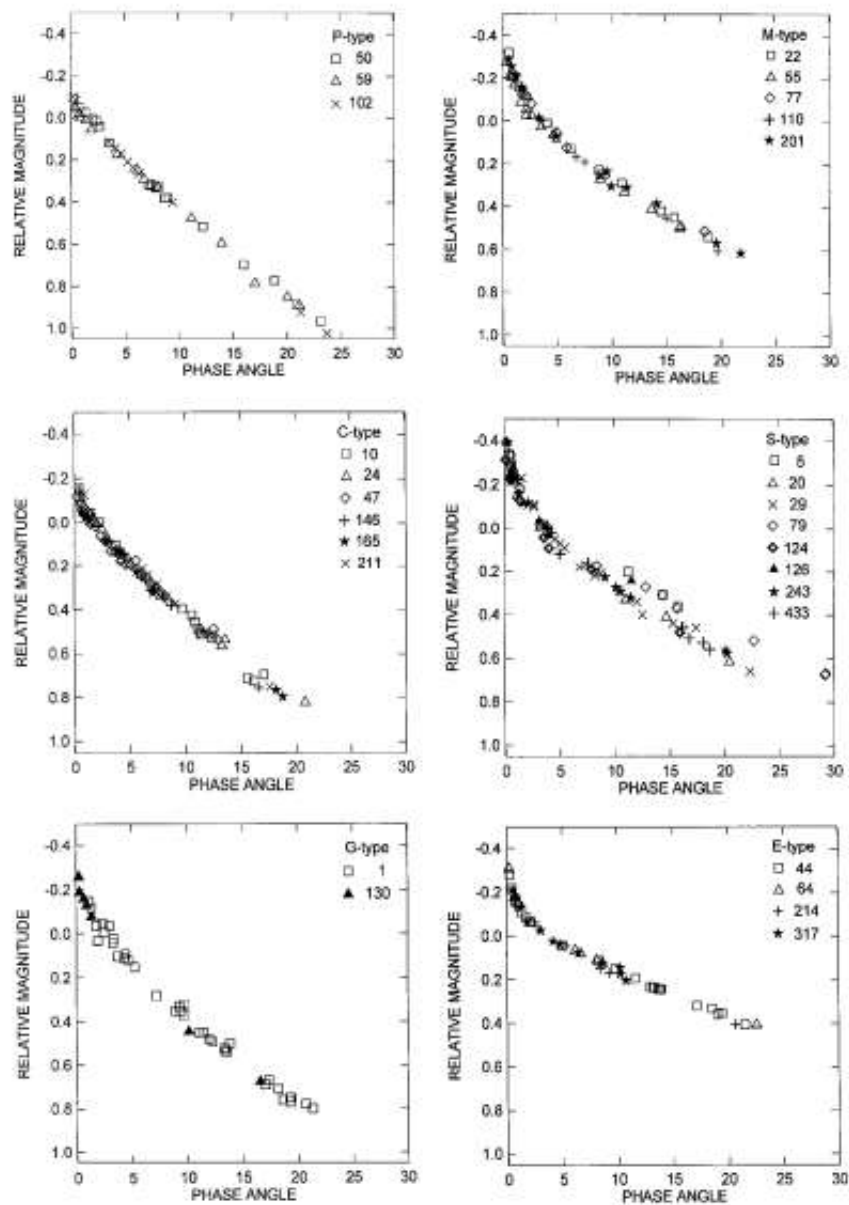


Figura 13: Curvas de fase para diferentes tipos de asteroides.

solita. Se deben generar clones que exploran el espacio de fase de las amplitudes de rotación de las curvas de luz, los períodos, los colores y el parámetro de la pendiente en un intento de replicar las magnitudes aparentes observadas. Las observaciones de cada clon y las observaciones reales, se evalúan individualmente en el proceso de ajuste para derivar los parámetros de la curva de fase, de modo que la distribución de valores de los clones de cada objeto proporciona una medida de los errores sistemáticos en los valores obtenidos. Este tipo de aproximación fue utilizada por (Vereš et al., 2015; Schemel & Brown, 2021; Alvarez-Candal et al., 2019, por nombrar algunos). Otra característica en común que presentan estos trabajos, es que todos utilizaron datos fotométricos de un único relevamiento. Esto no siempre sucede y es más, en distintas oportunidades necesitamos combinar observaciones de distintos telescopios/relevamientos para obtener mejor cobertura del rango de ángulos de fase.

Hoy en día sabemos que las curvas de fase son de gran interés porque permiten (1) sondear las propiedades de la superficie (como el tamaño de las partículas del regolito, la rugosidad de la superficie, la porosidad) de los asteroides; (2) calcular la magnitud absoluta, que está relacionada con el tamaño del asteroide y el albedo; y (3) determinar varias propiedades físicas de los asteroides, por ejemplo el tipo taxonómico (Wilawer et al., 2022).

Antes de continuar con la discusión sobre la relación entre curvas de fase y taxonomía, consideramos oportuno realizar una breve reseña sobre la evolución de la clasificación taxonómica de asteroides.

### 1.5 Taxonomía

Cuando a luz solar incide en la superficie de un asteroide, la radiación electromagnética se transmite a través de los minerales de su superficie, que absorben o emiten radiación en determinadas longitudes de onda dependiendo de las especies minerales que contenga. Estudiando los espectros de los asteroides podremos inferir qué combinaciones de minerales están presentes en su superficie.

El primer intento de clasificar taxonómicamente a los asteroides fue llevado a cabo por Chapman et al. en 1973. Los autores definieron 17 grupos espectrales para 32 asteroides observados en el rango de 0,3 a 1,1 $\mu\text{m}$ . Esta clasificación se basa en 3 clases espectrales: R (pendiente positiva), M (pendiente media) y F (pendiente plana, con una marcada caída en el ultravioleta).

Años más tarde, precisamente en 1975, Chapman et al. redefinieron el esquema taxonómico anterior introduciendo las clases C, S y U que sentaron las bases de muchas taxonomías futuras. Los nombres asignados surgieron de comparar los espectros de los asteroides con espectros de meteoritos: los asteroides C presentan espectros similares a los meteoritos carbonáceos y los S a meteoritos pedregosos (“stony”, en inglés). Para esta clasificación los autores estudiaron espectros y datos fotométrico de 120 asteroides.

Un gran hito en el estudio taxonómico de asteroides fue la tesis doctoral de Tholen, en 1984. Tholen aplicó Análisis de Componentes Principales (PCA, por sus siglas en inglés) y Vecinos Cercanos (mejor conocido como *Nearest Neighbours*) a una muestra de espectros de alta calidad del *Eight Color Asteroid Survey* (ECAS) para definir 14 clases: A, B, C, D, E, F, G, M, P, Q, R, S, T y V.

Por su parte, Bus (1999), se basa en el método de Tholen para definir 26 clases espectrales utilizando espectros de 1447 asteroides provenientes del *Small Main-Belt Asteroid Spectroscopic Survey* (SMAS-SII) en el rango 0,45 – 0,92 $\mu\text{m}$ . En 2009, DeMeo et al. extienden esta taxonomía incluyendo datos del *Infrared Astronomical Satellite* (IRAS) para cubrir un rango más amplio de 0,44 – 0,92 $\mu\text{m}$ . En la Fig. 14 mostramos la clasificación espectral llevada a cabo por estos autores.

Al día de hoy, algunos de los tipos taxonómicos más importantes que nombraremos a los largo de este trabajo son:

- C: albedo bajo, banda de absorción marcada en 1 $\mu\text{m}$ . Análogo: condritas carbonáceas.
- D: bajo albedo. Espectro lineal y sin rasgos. Incluye asteroides troyanos.

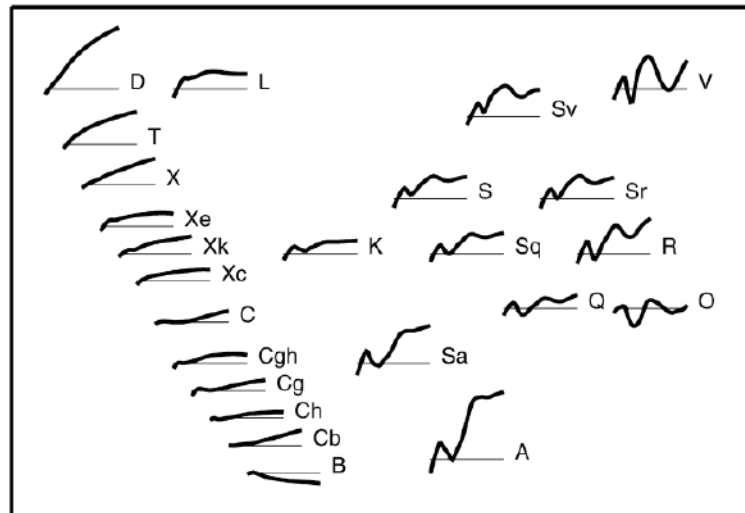


Figura 14: Una “guía” que muestra las 24 clases taxonómicas definidas en  $0,45 - 2,45\mu\text{m}$ .

- Q: entre V y S. Albedo moderadamente alto. Fuerte absorción cerca de  $1\mu\text{m}$ . Análogo: condritas ordinarias (no meteorizadas, es decir no presentan “space weathering”).
- S: albedo moderado. Absorción moderada a  $1\mu\text{m}$ , y a  $2\mu\text{m}$  que varía en profundidad según los objetos. Análogo: condritas ordinarias.
- V: alto albedo. Banda fuerte cerca de  $0,5\mu\text{m}$ . Clase definida para 4 Vesta.
- X: espectro lineal con pendiente de media a alta. Los análogos incluyen meteoritos de hierro, meteoritos de enstatita y otros tipos primitivos. Incluye los asteroides M, E y P.

Hasta aquí, los esquemas taxonómicos se basan principalmente en espectros de asteroides. Una desventaja es que el brillo de los asteroides suele ser bajo, comparado a lo que podría ser la espectroscopía de una estrella. Por esta razón, son pocos los objetos para los cuales podemos obtener espectros de calidad. Esto es notorio en el tamaño de las muestras en los trabajos mencionados arriba. Con el surgimiento de los grandes relevamientos, sobre todo de aquellos que cuentan con variedad de filtros fotométricos (como el Sloan Digital Sky Survey, SDSS), se da lugar a una nueva forma de clasificación taxonómica basada en foto-espectros (espectros construidos a partir de observaciones fotométricas en diferentes filtros). La gran ventaja de esta novedosa aproximación es que podemos extender la clasificación a decenas de miles de asteroides. Una clasificación de este tipo fue la realizada por [Carvano et al. \(2010\)](#) utilizando datos del SDSS. Sin embargo, como habíamos discutido en el capítulo anterior, también podemos intentar relacionar la clasificación taxonómica con las curvas de fase de asteroides.

Por ejemplo, [Oszkiewicz et al. \(2012\)](#) se propusieron realizar una clasificación taxonómica a partir de las curvas de fase. Para este propósito deciden usar la función  $H, G_{12}$  ([Muinonen et al., 2010](#)), la cual explicaremos en detalle más adelante en este trabajo. En la Fig. 15 podemos ver las distribuciones de elementos propios de unos 100.000 asteroides diferentes colores indican diferentes valores del parámetro de pendiente  $G_{12}$ . Se destacan claramente los miembros de familias de asteroides, ya que tienden a tener  $G_{12}$  similares. También se puede notar que en el cinturón interior predominan los valores de  $G_{12}$  pequeños (correspondientes a asteroides tipo S) y en el cinturón exterior predominan los valores de  $G_{12}$  grandes (asteroides tipo C). Dado este comportamiento, podemos establecer una relación entre la taxonomía y el parámetro  $G_{12}$ : los asteroides del complejo C tienden a tener valores más grandes, los del complejo S valores más chicos y los del complejo X poseen valores intermedios (Fig. 16). Por lo tanto, en este trabajo se confirma la correlación entre las curvas de fase y la clase taxonómica.



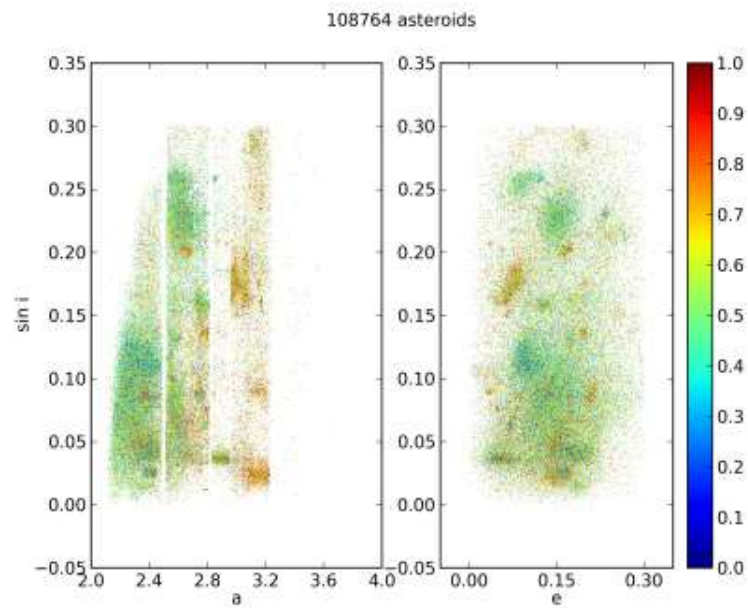


Figura 15: Distribución de los elementos propios  $a$  vs  $\sin(i)$  y  $e$  vs.  $\sin(i)$ , de unos 100 000 asteroides identificados por colores con los valores del parámetro de pendiente  $G_{12}$

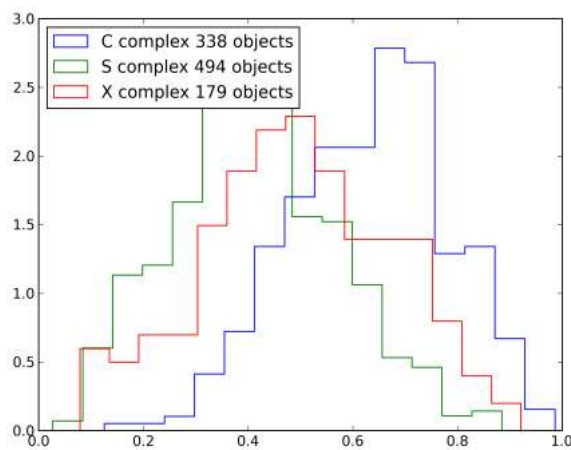


Figura 16: Distribución normalizada de los parámetros de pendiente de  $G_{12}$  en los complejos taxonómicos.

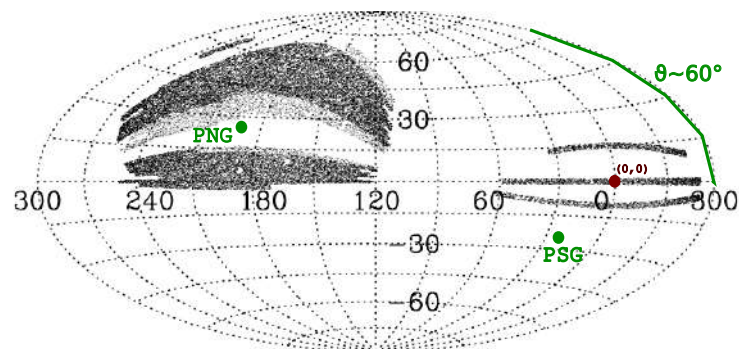


Figura 17: Distribución en el cielo de las imágenes del SDSS en coordenadas ecuatoriales J2000.0 (Adelman-McCarthy 2006). Para facilitar la interpretación del gráfico, se identificó el origen de coordenadas ecuatoriales (bordó), los polos norte y sur galácticos (en verde) y la inclinación  $\theta$  del plano galáctico respecto al ecuador celeste.

## 1.6 Grandes relevamientos versus observaciones específicas

La información sobre el brillo de los asteroides puede ser obtenida a partir de observaciones propias, planificadas y llevadas a cabo en telescopios terrestres “in situ” o remotamente. Como mencionamos en la sección anterior, esto requerirá tomar imágenes de calibrado (además de las de ciencia) para poder realizar las correcciones pertinentes, extraer las magnitudes y aplicarle la corrección por distancia, previo a comenzar el análisis. A pesar de que las observaciones propias demanden una gran cantidad de horas de trabajo, permiten obtener datos densos, lo cual representa una importante ventaja. Es decir, podemos observar un mismo objeto (o una pequeña muestra de objetos) cuantas noches deseemos para obtener curvas de luz o curvas de fase muy bien muestreadas. Llamaremos a estas observaciones del tipo densas (gran cantidad en un tiempo de observación).

Por otro lado, podemos optar por utilizar datos fotométricos disponibles en bases de datos que provienen de grandes relevamientos terrestres o espaciales. Dos ejemplos de este tipo de telescopios que serán nombrados a lo largo de este trabajo son SLOAN y Gaia.

El Sloan Digital Sky Survey (York et al. 2000), fue un relevamiento fotométrico y espectroscópico con un telescopio de 2.5m (Gunn et al. 2005) en el Observatorio de Apache Point en Nuevo México, EEUU, que cubrió 10.000 grados<sup>2</sup> de la esfera celeste en el hemisferio galáctico norte y 225 grados<sup>2</sup> en el hemisferio galáctico sur, como se muestra en la Figura 17 (York et al. 2002 y sus referencias). El SDSS fue diseñado principalmente para el estudio de objetos extragalácticos. Sin embargo, posee varias características que lo convierten en un relevamiento interesante para el estudio de objetos de nuestro Sistema Solar. Principalmente, su fotometría precisa en 5 filtros, profunda y casi simultánea, su capacidad para detectar objetos en movimiento si su velocidad es superior a 0,03°/día, y su amplia cobertura del cielo. El sondeo evita el plano galáctico, que de todos modos es de uso limitado para los sondeos de objetos del sistema solar debido al denso fondo estelar. Los flujos se midieron casi simultáneamente en las cinco bandas (u, g, r, i y z; Fukugita et al. 1996) con longitudes de onda efectivas de 3551, 4686, 6166, 7480 y 8932 Å con magnitudes límite de 22.0, 22.2, 22.2, 21.3 y 20.5, respectivamente. La versión final del catálogo de objetos móviles del SDSS incluye 471 569 objetos de nuestro sistema solar, obtenidos desde diciembre de 2001 hasta marzo de 2007.

Por otro lado, la misión Gaia fue diseñada para observar principalmente la población estelar de la Vía Láctea, por lo tanto está preparada para mapear fuentes astrofísicas de extensión angular muy pequeña o insignificante. Por esta razón, Gaia también es útil para recoger datos de fuentes extragalácticas y objetos del sistema solar. Las fuentes extensas, como los planetas, que no presentan un pico de brillo



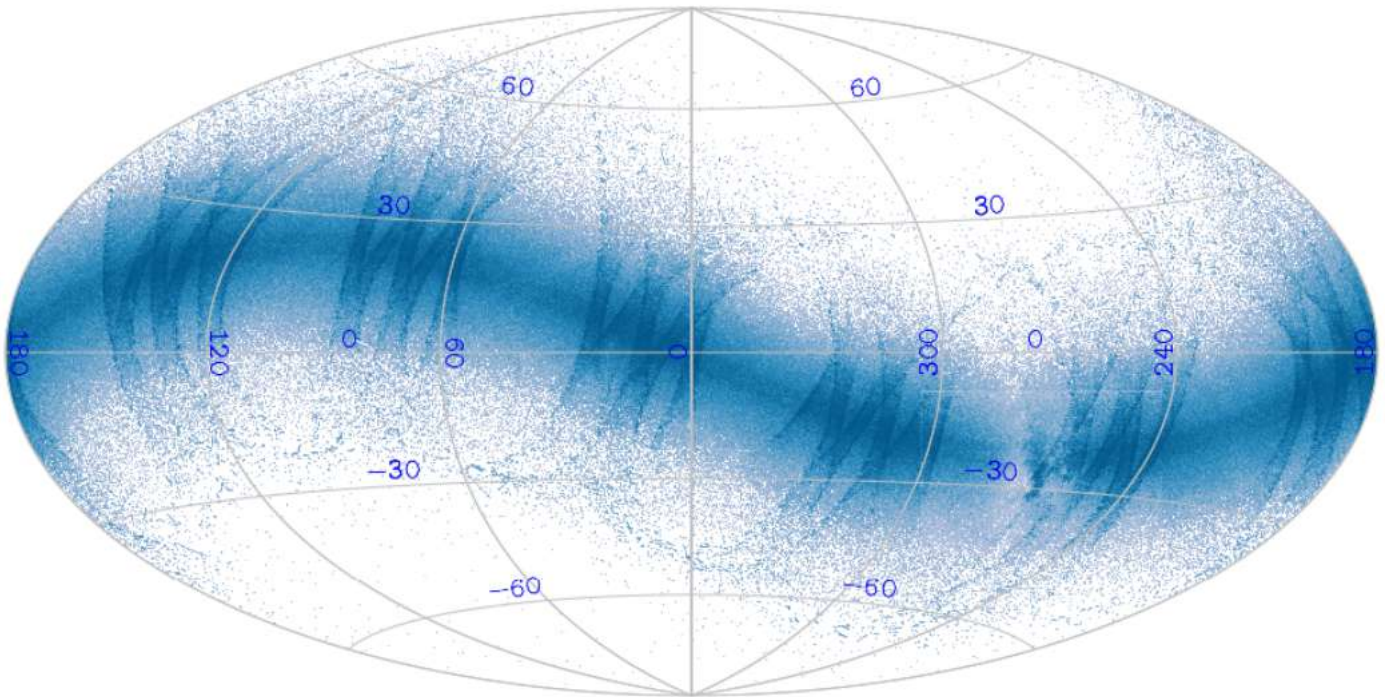


Figura 18: Posiciones de los tránsitos de las fuentes publicadas en Gaia DR3 en una proyección Hammer-Aitoff de cielo completo en coordenadas ecuatoriales. La oscuridad está relacionada con la densidad de observaciones.

estrecho son descartadas por el algoritmo de detección. En consecuencia, esta misión es una magnífica herramienta para el estudio de la población de sistema solar, asteroides del cinturón principal, troyanos de Júpiter, Centauros y algunos Objetos Transneptunianos. El mecanismo de observación de los telescopios Gaia combina la rotación del satélite (con un período de seis horas), el ciclo de precesión del eje de rotación (68 días) y la órbita alrededor del Sol (un año). Estos tres movimientos determinan las escalas temporales y las regiones en las que se observan los objetos (ver Fig. 18). La rotación continua del satélite provoca la traslación de todas las fuentes a través del CCD en el plano focal. Cada paso por el plano focal (denominado "tránsito") puede proporcionar nueve mediciones como máximo (en el instrumento de Campo Astrométrico, CA) y dos espectros de baja dispersión (en los Fotómetros Azul y Rojo, BP y RP). El CA no tiene filtros y produce la fotometría en banda G. La fotometría en banda G se obtiene a partir de las mediciones tomadas por el CCD, pero se proporciona como un valor medio de todos los CCD disponibles durante un tránsito. La magnitud límite alcanzada es de 20.7. El catálogo de objetos del sistema solar de Gaia DR2 y DR3 es de más de 160 000 objetos. Gaia DR2 contiene observaciones de *sim*14 000 asteroides, mientras que Gaia DR3 posee información de 156 801 asteroides.

Luego de esta breve discusión, comienza a hacerse muy claro el contraste entre trabajar con observaciones propias (densas) y observaciones de grandes relevamientos (discretas, no elegimos cuándo o cuánto tiempo observar). El desafío de analizar bases de datos de más de 100 000 objetos es muy tentador desde el punto de vista estadístico. Las herramientas más prometedoras para estos estudios, vienen de la mano del Aprendizaje Automático (o, Machine Learning). Los algoritmos de aprendizaje automático se dividen generalmente en dos grupos: supervisados y no supervisados.

Los algoritmos de aprendizaje automático supervisado se utilizan para aprender que relación existe entre las características de algún conjunto de mediciones y determinadas "etiquetas" que tienen asociadas. Luego, esta relación puede ser aplicada a un nuevo conjunto de datos (sin etiquetar) para predecir sus etiquetas. En pocas palabras, el objetivo de estos algoritmos es generalizar una norma a partir de

un ejemplo concreto. La principal diferencia entre las técnicas tradicionales de ajuste de modelos y los algoritmos de aprendizaje supervisado es que en el ajuste de modelos tradicional el modelo está predefinido, mientras que los algoritmos de aprendizaje supervisado construyen el modelo en función del conjunto de datos de entrada (Dayla Baron). Los algoritmos de aprendizaje supervisado pueden describir relaciones no lineales muy complejas entre el conjunto de mediciones y la variable objetivo, por lo que pueden ser superiores a los algoritmos tradicionales que se basan en el ajuste de modelos predefinidos. En la terminología del aprendizaje automático, el conjunto de datos está formado por objetos, y cada objeto tiene características medidas y una variable objetivo (etiqueta). En Astronomía, los objetos suelen ser entidades físicas, como los asteroides, y sus características son propiedades medidas, como curvas de luz, colores, diámetros, albedos u otras cantidades derivadas de observaciones. El tipo de variable objetivo depende de la tarea concreta. En una tarea de clasificación, las variables objetivo son discretas, por ejemplo, el nombre de la familia a la que pertenece el asteroide. En una tarea de regresión, la variable objetivo es continua, por ejemplo, la estimación de curvas de luz a partir de mediciones fotométricas. Algunos ejemplos de algoritmos de aprendizaje supervisado son: support vector machines, árboles de decisión, random forest, redes neuronales, entre otros.

Dentro del aprendizaje no supervisado se incorporan un amplio conjunto de herramientas estadísticas, utilizadas para realizar exploración de datos, como clustering, reducción de dimensionalidad, visualización y detección de valores atípicos. Estas herramientas son especialmente importantes en la investigación científica, ya que pueden utilizarse para hacer nuevos descubrimientos o extraer nuevos conocimientos del conjunto de datos. Por ejemplo, una buena interpretación de un conjunto de datos complejo de alta dimensión (es decir, con gran cantidad de variables) en dos dimensiones podría sugerir que la complejidad observada puede atribuirse a un pequeño número de parámetros físicos (como vio Tholen en su tesis utilizando Principal Component Analysis - PCA). Los algoritmos de aprendizaje no supervisado sólo toman como entrada las características medidas, sin etiquetas, por lo que no pueden entrenarse con una “etiquetas verdaderas”. Su resultado suele ser una transformación no lineal y no invertible del conjunto de datos de entrada, que consiste en una agrupación de objetos con características similares en un mismo cluster, una representación de menor dimensión de los objetos de la muestra o una lista de outliers, dependiendo del tipo de algoritmo utilizado. Ejemplos del algoritmos no supervisados son K-means, Análisis de componentes principales, agrupamiento jerárquico, entre otros.

### 1.7 Motivación.

Estamos viviendo la era de los grandes relevamientos astronómicos. Existen extensas bases de datos ya disponibles para su explotación (como la de SLOAN, Gaia DR3, PanSTARRS, entre otras) y en los años venideros verán la luz colosales proyectos astronómicos como será el Large Synoptic Survey Telescope (LSST), que aporte observaciones de alrededor de 5 millones de asteroides. Sin duda alguna, como comunidad científica, debemos estar preparados para procesar y sacar el máximo provecho de una liberación de datos nunca antes experimentada. Para ello, es necesario desarrollar herramientas de lectura y procesamiento de datos, que sean óptimos incluso cuando la cantidad de observaciones resulte abrumadora.

Durante la preparación de estas herramientas, es necesario probar su funcionamiento en conjuntos de datos que ya se encuentren disponibles. Durante esta “fase de prueba” en catálogos existentes, ya se obtienen resultados de interés de alto valor científico, como veremos a lo largo de esta tesis. Cabe recordar que una de las piezas más importantes para el correcto desarrollo de modelos de formación y evolución de nuestro sistema solar, son las distribuciones de tamaño, rotaciones, colores de los asteroides y taxonomías. Para poder obtener distribuciones que sean representativas de la población general, es imprescindible ser capaces de estimar parámetros para cientos de miles de objetos.

Ahora bien, ¿qué tan precisas son las estimaciones de parámetros a partir de datos discretos? ¿Son

útiles estos conjuntos de datos para obtener curvas de luz o de fase densamente muestreadas? ¿Qué resolución espectral puede alcanzar un fotoespectro? La astronomía discreta nos ofrece observaciones de un número de objetos que sería inalcanzable de conseguir con campañas de observación del mismo período de tiempo que dura un relevamiento. Sin embargo, por diversos factores, estas observaciones presentan sus limitaciones si queremos enfocar nuestra investigación en un análisis riguroso o de algún objeto específico.

En este trabajo, discutiremos diferentes herramientas, como lo son la determinación de períodos de rotación usando curvas de luz, los estudios de las curvas de fase y el análisis de taxonomías, aplicables al estudio de grandes bases de datos de asteroides y los resultados que arrojaron. A su vez, iremos analizando las ventajas y desventajas que conlleva este tipo de investigación en contraposición a las observaciones densas en el tiempo, esto es, muchas observaciones en un corto intervalo de tiempo. Aplicaremos estas herramientas a dos grandes relevamientos con observaciones discretas de asteroides, como lo son el SDSS MOC y Gaia. Compararemos las ventajas y desventajas de este tipo de análisis con uno realizado a base de observaciones densas obtenidas en el observatorio de Bosque Alegre.

## 2 Observaciones en la Estación Astrofísica de Bosque Alegre

Como mencionamos en el Capítulo 1.2, la fotometría de asteroides ha sido, y continúa siendo, una importante herramienta para el estudio de propiedades físicas de estos objetos. Tradicionalmente, la fotometría de asteroides se ha realizado en base a campañas de observación de Institutos particulares (ejemplos) así también como en colaboraciones internacionales (ejemplos). La observación planificada y dedicada de pequeñas muestras de asteroides, brinda la oportunidad de derivar curvas de luz densamente muestreadas. Luego, las curvas de fase pueden obtenerse estudiando, por ejemplo, la variación del brillo máximo de la curva de luz para diferentes épocas. Una limitación de esta práctica es que resulta costoso extenderla a una muestra de varios miles de asteroides. El análisis estadístico de muestras de tan pocos objetos puede ser poco confiable además de que puede estar altamente sesgado, como se discutió en el Capítulo 1.3.

Sin embargo, para realizar estudios de objetos específicos en los cuales el objetivo principal es la determinación de parámetros con altas precisiones, son necesarias las curvas de luz densamente muestreadas. Un ejemplo de este tipo de trabajos son la determinación de forma y orientación del eje de rotación mediante la inversión de la curva de luz. En la actualidad, un grupo de investigadores e investigadoras muy activo en el área de modelado de asteroides, se encuentra en el *Astronomical Observatory Institute* de la Universidad Adam Mickiewicz (Poznań, Polonia). A lo largo de los años, han publicado una vasta cantidad de artículos científicos en esta materia, por nombrar algunos: [Michałowski et al. \(2006\)](#); [Marciniak et al. \(2012\)](#); [Oszkiewicz et al. \(2019\)](#); [Marciniak et al. \(2021\)](#); [Oszkiewicz et al. \(2023\)](#). Durante este trabajo de doctorado, tuvimos la posibilidad de colaborar con este destacado grupo, aportando observaciones realizadas desde la Estación Astrofísica de Bosque Alegre (EABA) a su base de datos.

### 2.1 Aspectos técnicos

Las observaciones se llevaron a cabo con el telescopio reflector de 1.54 m ubicado en la Estación Astrofísica Bosque Alegre. La cámara instalada actualmente en el telescopio es una APOGEE-U9. En la Tabla 1 se muestran sus especificaciones técnicas para distintos valores de *binneado*. El observatorio cuenta con filtros correspondientes al sistema UBVR de Jhonson y filtros de banda angosta. Para el presente trabajo hemos tomado imágenes sin filtro y con filtro R de Jhonson. Para todas las observaciones presentadas utilizamos binning 4×4 basándonos en lo siguiente:

- El *seeing* medio en la EABA oscila entre 2" y 3". En la Tabla 1 podemos ver que con un *binning* 2×2 o 3×3 estamos utilizando una escala de placa mucho menor al valor del *seeing* medio, por lo tanto utilizando este valor de resolución estaremos sobremuestreando los datos.
- De la Tabla 1 vemos que el tiempo de lectura del CCD disminuye prácticamente a la mitad si utilizamos *binning* 4×4 en lugar de *binning* 2×2.

Entre los años 2020 y 2023 nos fueron asignados 50 turnos de noches completas, lo que equivale a aproximadamente 400 horas de observación. Hemos obtenido datos para 20 asteroides. Sin embargo, en este trabajo presentaremos a modo de ejemplo, algunos casos particulares. La bitácora de observación para dichos objetos se muestra en la Tabla 2<sup>2</sup>.

### 2.2 Software de reducción y análisis de datos: OM y M2

A pesar de que la comunidad científica cuenta con gran cantidad de herramientas para procesar imágenes astronómicas, las mismas están dispersas en paquetes de software separados, están implementadas en di-

---

<sup>2</sup>Al leer la tabla: sf (sin filtro) y R(filtro UBVR de Jhonson). N representa el número de imágenes.

Tabla 1: Tabla de valores para Cámara APOGEE U-9 realizada por el Ing. Carlos Colazo.

<b>Binning</b>	<b>2×2</b>	<b>3×3</b>	<b>4×4</b>	<b>Unidades</b>
Ancho/Alto de píxel	18	27	36	$\mu m$
Ancho del CCD	1536	1024	768	pixeles
Alto del CCD	1024	683	512	pixeles
Distancia Focal del Telescopio	7485	7485	7485	mm
Resolución horizontal/vertical	0.50	0.74	0.99	pixel
FOV horizontal	12.7	12.7	12.7	min
FOV vertical	8.5	8.5	8.5	min
Tiempo de lectura	5.43	3.40	2.57	seg

Tabla 2: Bitácora de observación

<b>Día</b>	<b>Asteroide</b>	<b>Filtro</b>	$T_{exp}$ [s]	<b>N</b>
2020/09/14	Aletheia	R	20	828
2020/09/15	Aletheia	R	20	1021
2020/09/16	Aletheia	R	20	1041
2021/02/05	Apophis	sf	200	103
2021/02/06	Apophis	sf	200	66
2021/02/12	Apophis	sf	100	165
2021/02/14	Apophis	sf	100	130
2021/02/17	Apophis	sf	60	219
2021/03/08	Apophis	sf	60	104
2021/03/10	Apophis	sf	40	141
2021/03/11	Apophis	sf	40	225
2021/04/11	Kirillavrov	sf	80	280
2021/04/12	Kirillavrov	sf	80	356
2021/04/13	Kirillavrov	sf	80	41
2021/04/14	Kirillavrov	sf	80	354
2022/12/28	Rockefellia	sf	90	105
2022/12/29	Rockefellia	sf	90	143

ferentes lenguajes de programación, algunas no son de acceso libre, funcionan como “cajas negras” y en general no están conectadas ente ellas. Planteemos un escenario típico: adquirimos imágenes nuevas, las calibramos usando IRAF, luego las resolvemos astrométricamente usando Astrometry.net y finalmente, detectamos las fuentes con SExtractor y analizamos los resultados obtenidos con un código de Python.

Lo ideal, sería concatenar todas estas herramientas en una sola. Para alcanzar este objetivo, [Morales et al. \(2022\)](#) desarrollaron un sistema de procesamiento de datos masivos de bajo costo, asimétrico, modular y escalable que permite el desarrollo de algoritmos de procesamiento paralelo mediante un conjunto de herramientas de software. Esta herramienta, está construida a partir de otras que son de código libre, tolerante a fallos, mantenidas por un número importante de colaboradores y ampliamente usadas en la comunidad científica.

La motivación inicial de este proyecto fue crear un software capaz de unificar observaciones obteni-

das en períodos de muchos años (más de 10 o 20), con diferentes telescopios, filtros y condiciones de observación. Para ello, el software fue desarrollado en un único lenguaje de programación, permite la optimización global de las tareas y, sobre todo, es escalable. El software es capaz de analizar TeraBytes (TB) de información, en un plazo aceptable utilizando hardware no costoso. Todo el procesamiento de imágenes es local, no necesita conectarse a internet. Esto, sin embargo, implica el uso de TB de memoria para almacenar los catálogos astrométricos y fotométricos necesarios. Como ejemplos, el formato FITS, la identificación del tipo de imagen (calibración o ciencia), la calibración de la imagen, la resolución astrométrica, la detección de fuentes, el cálculo del centroide de la fuente, el ajuste WCS, la estimación del flujo por aperturas, la fotometría absoluta, la fotometría diferencial son ejemplos de los algoritmos implementados y disponibles en este software. Por otro lado, los astrónomos y astrónomas que trabajan en el área de los asteroides utilizan telescopios para observar un objeto concreto y extraer información de estas imágenes. Una vez extraída la información de la imagen sobre ese objeto, se archiva. Sin embargo hay mucha más información en esa imagen, como otros objetos (asteroides o TNOs conocidos o desconocidos), o incluso información de las estrellas de campo que podría ser interesante para otro estudio, como una estrella variable o el tránsito de un exoplaneta en una de esas estrellas. Todas estas imágenes pueden volver a reducirse a un catálogo extrayendo las magnitudes de todas las estrellas de campo e identificando los asteroides u otros objetos que no son el objetivo de la misma y generar un catálogo. El sistema desarrollado se ofrece a la comunidad en un repositorio de código abierto que puede ser descargado y adaptado a usos específicos<sup>3</sup>.

### 2.2.1 Observing Manager (OM)

OM se dedica a la clasificación y calibración automáticas de imágenes. Primero, OM clasifica las imágenes en bias, dark, flats y ciencia, leyendo los encabezamientos de las imágenes. Luego, agrupa los archivos por noche de observación. Dentro de cada grupo, construye los masterbias, masterdark y masterflat. Durante este procedimiento, OM tiene en cuenta información importante disponible en los headers como son: el telescopio, escala de píxel, filtro, bineado, *field-of-view* (FOV) y tiempo de exposición. En el caso de no existir esa información en los encabezados de las imágenes, se puede agregar en forma manual. En el segundo paso, calibra las imágenes de ciencia utilizando los masterbias, masterdark y masterflat. La salida final de OM es un conjunto de imágenes de ciencia calibradas.

### 2.2.2 Massive processing of astronomical images (M2)

M2 es el acrónimo de *Massive prOcessing Of aStronomical imagEs* - versión 2. Es un conjunto de algoritmos y códigos desarrollados para resolver astrometría y fotometría absoluta de imágenes astronómicas. El objetivo es obtener la variación del flujo asteroide/estrella y las posiciones astrométricas en función del tiempo.

En el primer paso, M2 realiza la resolución de placas de la imagen y obtiene la astrometría de todas las fuentes con la precisión del catálogo *Gaia Data Release 3* (GDR3). Luego, se extrae el flujo de todas las fuentes, se compara con el catálogo GDR3 y se identifican las estrellas presentes en él. Las fuentes sin coincidencia con Gaia pueden ser objetos del sistema solar y se comprobarán en un siguiente paso. Como todas las fuentes se compararán con GDR3, y las imágenes astronómicas pueden estar en cualquier sistema de filtros o también observarse sin filtro, M2 estandariza la fotometría al sistema Gaia. Para ello, se realiza una consulta al catálogo de Gaia para obtener las magnitudes G, BP y RP de cada estrella de comparación GDR3. A continuación, M2 calcula las magnitudes V, y R utilizando las magnitudes de Gaia y los coeficientes de la transformación de polinomios derivados entre el sistema Johnson-Cousins y GDR3 (Riello et al., 2021, Tabla C.2):

---

<sup>3</sup>[https://gitlab.com/users/rmorales\\_iaa/projects](https://gitlab.com/users/rmorales_iaa/projects)



$$V = G + 0,02704 - (X,0,01424) + (X^2,0,2156) - (X^3,0,01426) \quad (3)$$

$$R = G + 0,02275 - (X,0,3961) + (X^2,0,1243) + (X^3,0,01396) - (X^4,0,003775) \quad (4)$$

donde  $X = BP - RP$ . A continuación M2 crea una tabla de dos columnas, donde cada línea corresponde a los valores  $V - R$  y  $R_{mag}$  de la estrella. La magnitud reducida se calcula como:

$$R_{mag} = R + 2,5 \log_{10}(F_{norm}) \quad (5)$$

Cuando M2 completa la tabla con todas las estrellas GDR3, se realiza un ajuste polinómico de tercer orden sobre todos los puntos de la tabla  $V - R$  versus  $R_{mag}$ . Los coeficientes del polinomio  $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$  se utilizarán para derivar la magnitud estimada de los asteroides presentes en cada imagen.

En este punto, M2 calcula la posición en píxeles del asteroide deseado en la imagen. Una vez identificado el asteroide, calculamos la magnitud estimada observada a partir del flujo medido en la imagen. Por último, el periodo de rotación y la amplitud de la curva de luz del objeto pueden obtenerse sin la interacción del usuario.

El producto final de M2 es un archivo CSV (*comma separated values*) donde cada línea corresponde a una imagen y al asteroide/TNO medido. Para cada imagen se presenta la fecha, la fecha juliana, el telescopio, el filtro utilizado, relación señal/ruido, flujo normalizado, magnitud estimada, magnitud reducida, ángulo de fase, por nombrar algunos parámetros. Las efemérides del asteroide/TNO se consultan con el servicio JPL Ephemerides Service. Además provee los archivos necesarios para obtener los gráficos de periodograma, curvas de luz y curva de fase (si el asteroide fue observado en un intervalo lo suficientemente extendido en el tiempo).

El poder de M2 es que la entrada es una imagen FITS en cualquier filtro, y la salida es un conjunto completo de información en el filtro R o V de Johnson, o cualquier filtro de Sloan para el objeto observado. El cálculo de las magnitudes en los sistemas fotométricos de Johnson o Sloan se puede realizar ya que el sistema fotométrico de Gaia está bien caracterizado y tiene sus correspondencias con estos sistemas (Riello et al., 2021). Esto se puede hacer de forma masiva.

## 2.3 Resultados: Curvas de luz y períodos de rotación

A continuación presentaremos los resultados obtenidos para tres de los objetos observados en el período de la presente tesis (ver Tabla 2). Los asteroides están ordenados según sus períodos, en orden ascendente.

### 2.3.1 Kirillavrov

Este asteroide, fue observado en colaboración con Tom Polakis y Julian Oey, con el objetivo de confirmar que se trata de un asteroide binario. Tom Polakis, realizó una inspección de los datos brutos y en fase de asteroides obtenidos por la misión TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite). Esta iniciativa surgió ya que Pál et al. (2020), calcularon las curvas de luz para 9 912 asteroides observados por TESS, pero no realizaron un análisis detallado de cada una. Por esta razón, algunos asteroides binarios no fueron detectados en ese trabajo. Polakis notó que la curva de luz sin procesar de TESS de (6764) Kirillavrov, observado a lo largo de 26 días, contenía una clara señal de eventos mutuos bien definidos (Fig. 19). Pál et al. (2020) publicaron un periodo de rotación de  $30.4318 \pm 0.0005$  h. Sin embargo, realizando una búsqueda de periodo dual en el programa MPO Canopus, se observa que en realidad es un periodo orbital superpuesto a un periodo de rotación más corto de menor amplitud. Los periodos de rotación y orbital derivados de los datos de TESS son  $4.740 \pm 0.002$  horas y  $30.41 \pm 0.01$  horas. Este asteroide

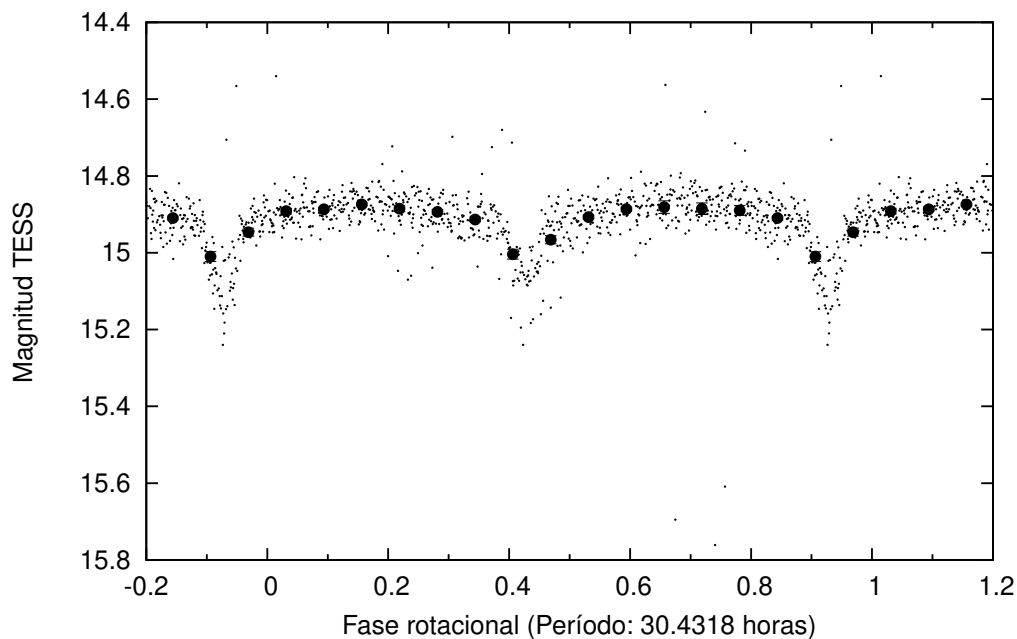


Figura 19: Curva de luz de Kirillavrov obtenida a partir de los datos de TESS, adaptada de Pál et al. (2020).

fue observado previamente por Brian Skiff (2014), quien obtuvo un período de  $4.737 \pm 0.002$  horas. Por otro lado, Behrend<sup>4</sup> (2020) publicó un período de  $30.43 \pm 0.05$  horas y aclara: “Provisional: asteroide binario en temporada de eclipses”. Con los datos obtenidos en esta colaboración con Polakis y Oey, no se detectaron sucesos mutuos durante las diez noches en las que se recogieron datos, a pesar de que la duración y la frecuencia de estos datos deberían ser más que suficientes para captar algunos eventos mutuos. Sólo puede concluirse que la geometría de observación fue desfavorable y no dio lugar a observar eclipses y ocultaciones, al menos dentro de la precisión de la dispersión. La densa cobertura si permitió refinar el periodo de rotación a  $4.739 \pm 0.001$  h (Polakis, Oey & Colazo, 2022). Esperamos poder observar este objeto en futuras oposiciones, cuando la geometría de observación se modifique, en busca de los eventos mutuos.

En este trabajo, presentamos la curva de luz obtenida utilizando los datos de la EABA en particular y procesados con OM y M2. Los resultados se muestran en la Fig. 20. Al ser un asteroide de período corto, en pocas noches hemos podido determinar su período sin mayores inconvenientes, incluso a pesar de la dispersión de los datos. En la Figura presentamos también el periodograma Lomb-Scargle. El periodograma de Lomb-Scargle proporciona una estimación de la potencia de Fourier en función del periodo de oscilación (VanderPlas, 2018), a partir de la cual podemos deducir el periodo de rotación de 4.74 horas. El panel de abajo a la derecha de la Fig. 20 muestra los mismos datos que el panel de arriba pero en función de la fase rotacional y no del tiempo.

Es importante destacar, que vemos aquí el primer ejemplo (de los que presentaremos en este trabajo) de la riqueza de combinar estudios de observaciones de grandes relevamientos con observaciones densas y planificadas desde Tierra. Los grandes relevamientos tienen la capacidad de observar miles de objetos. Al analizar estas bases de datos, tenemos que tener en mente la búsqueda de objetos cuyos comportamientos se aparten de la “norma”. Así, una vez detectados, podemos organizar campañas de observación para confirmar resultados.

<sup>4</sup>[https://obswww.unige.ch/~behrend/page\\_cou.html](https://obswww.unige.ch/~behrend/page_cou.html)



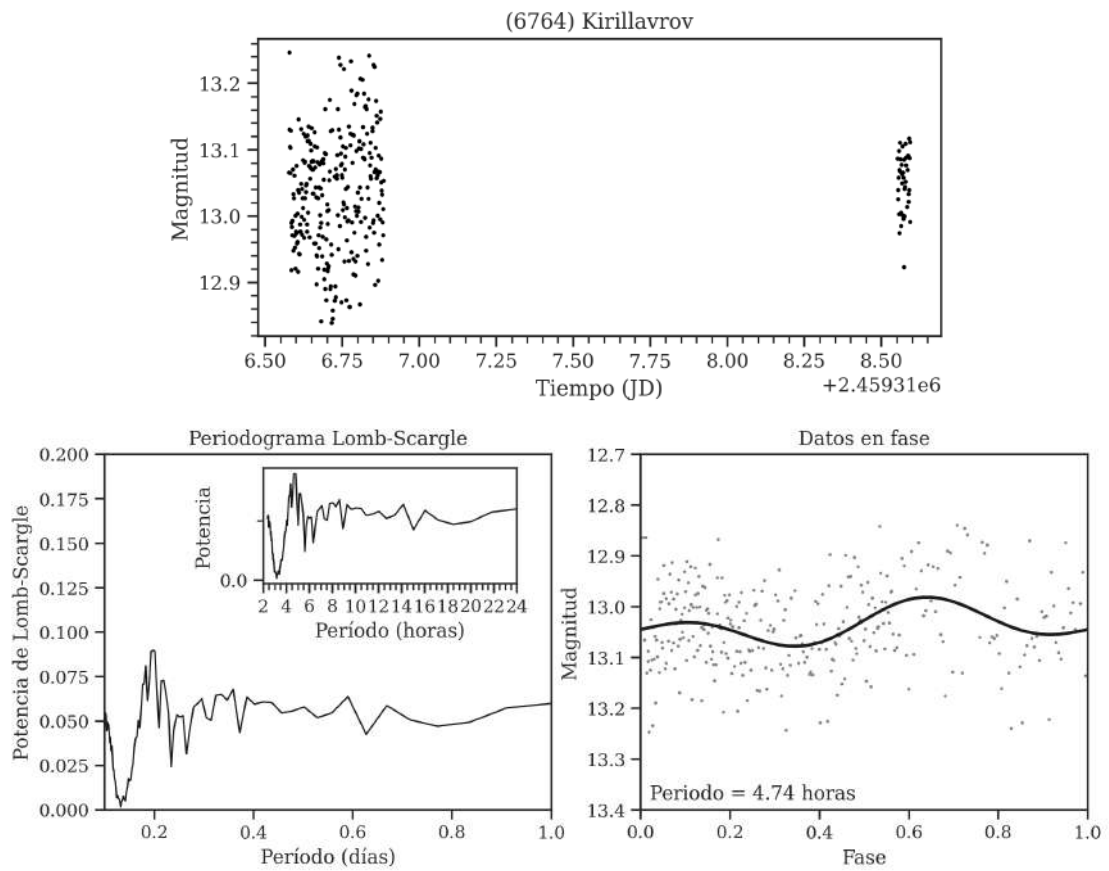


Figura 20: Curva de luz de Kirillavrov obtenida a partir de datos propios obtenidos en la EABA

### 2.3.2 (904) Rockefellia

La observación de (904) Rockefellia también tuvo lugar en el marco de una colaboración. En este caso, la colaboración es con el Grupo de Observadores de Rotaciones de Asteroides (GORA) con quien trabajamos continuamente desde el año 2018. Este grupo cuenta con 33 observatorios en distintas provincias de la República Argentina y en otros países, como la Rep. Oriental del Uruguay, Perú, España e Italia. Hasta el momento, hemos medido 120 períodos de rotación de asteroides y publicado 16 trabajos en la revista *Minor Planet Bulletin* (MPB).

Este objeto fue seleccionado para su observación ya que en la literatura los períodos publicados diferían mucho entre sí. Las mediciones anteriores son:  $P = 4.93$  h (CALL<sup>5</sup> 2011),  $P = 5.82 \pm 0.01$  h (Fauvaud & Fauvaud, 2013),  $P = 12.72 \pm 0.05$  h (Behrend 2014) y  $P = 6.826 \pm 0.004$  h (Polakis, 2018). Recientemente, al momento de escritura de este trabajo, Huet et al. (2023) estimaron un período de  $6.834 \pm 0.006$  h. Destacamos que el período publicado por JPL Horizons<sup>6</sup> corresponde al determinado por Polakis (2018).

Los resultados obtenidos utilizando observaciones sólo de la EABA se presentan en la Fig. 21. Como podemos notar, la dispersión es bastante alta y el período que se obtiene se acerca más al publicado por Fauvaud & Fauvaud (2013), lo que indicaría una subestimación del mismo si tomamos como referencia el aceptado por JPL. Sin embargo, al combinar nuestros datos con observaciones obtenidas por otros participantes del GORA, obtenemos un período de  $6.823 \pm 0.018$  (Fig. 22).

En este caso, es notable la considerable mejora que se consigue en la determinación de parámetros cuando se combinan datos de diferentes observatorios, ubicados además, en distintas longitudes/latitudes geográficas. Para estudios específicos de casos particulares, las observaciones planificadas y en conjunto con otros observadores, permiten obtener resultados más precisos.

### 2.4 (259) Aletheia

¿Incluimos este objeto?

Las observaciones de este objeto se realizaron específicamente para contribuir a la base de datos del *Astronomical Observatory Institute*, que como mencionamos antes, luego se utilizan para el modelado de forma y configuración rotacional de los asteroides. Así mismo, utilizando OM y M2 calculamos la curva de luz de Aletheia y su período rotacional utilizando los datos obtenidos en la EABA.

Koff (2006) publicó un período de  $8.143 \pm 0.002$  h, calculado a partir de una curva de luz densamente muestreada, es decir, con cobertura de fase rotacional completa. Con nuestras observaciones determinamos un período de 8.143 h (Fig. 23).

### 2.5 (99942) Apophis

Durante el mes de Marzo de 2021 fue la aparición más brillante de Apophis antes de su acercamiento a nuestro planeta en 2029. Se trata de un asteroide *tumbling* catalogado como potencialmente peligroso debido a su paso cercano previsto con la Tierra. En Marzo 2021 este asteroide se aproximó a 16 852 647 km de nuestro planeta y se espera que en Abril de 2029 pase a tan solo 38 012 km. El acercamiento de Apophis por la Tierra en 2029 podría inducir torques tidales que modificarían el estado de rotación del objeto, con la posibilidad de generar alteraciones estructurales internas que darían lugar a ondas sísmicas y perturbaciones en la superficie (comunicación privada con Edyta Podlowska-Gaca). Las observaciones fueron solicitadas para obtener la configuración rotacional precisa del asteroide durante el mismo período de tiempo en el que el grupo de Podlowska-Gaca realizaba observaciones espectroscópicas. Dichas

---

<sup>5</sup>[http://www.minorplanetobserver.com/DATA/submissions\\_results.htm](http://www.minorplanetobserver.com/DATA/submissions_results.htm)

<sup>6</sup><https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>

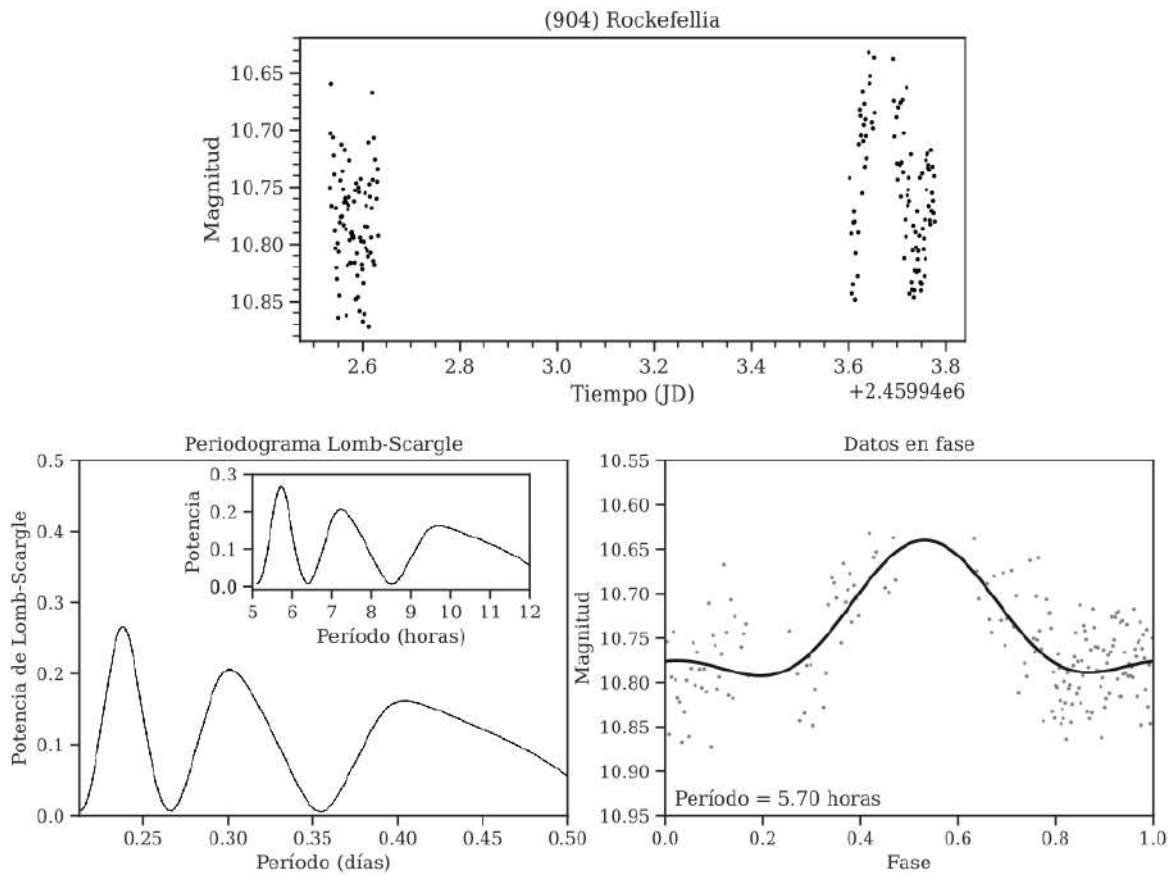


Figura 21: Curva de luz de Rockefeller obtenida a partir de datos propios obtenidos en la EABA

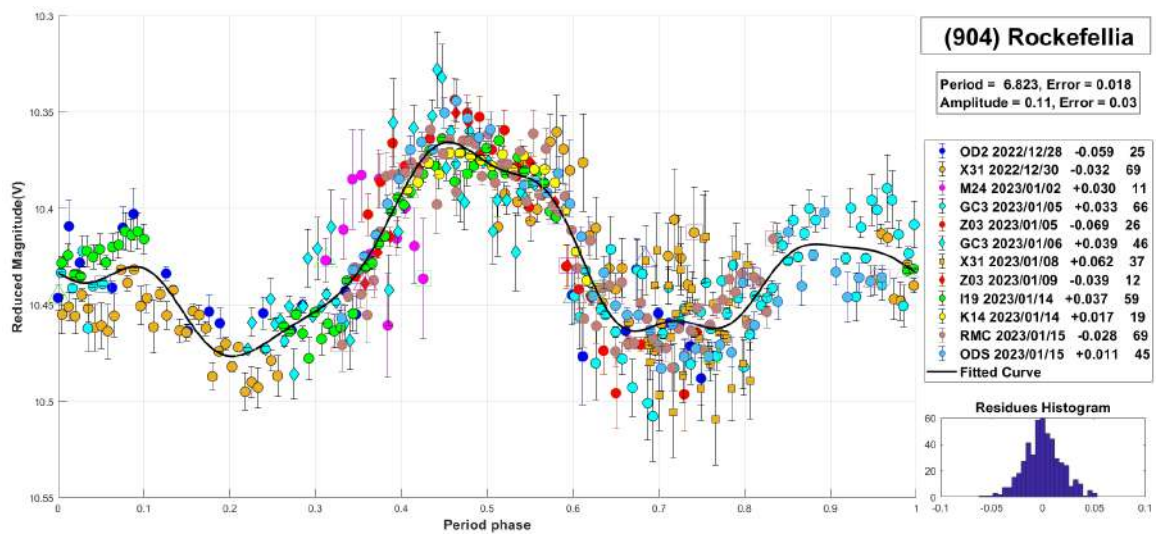


Figura 22: Curva de luz de Rockefeller obtenida por GORA.

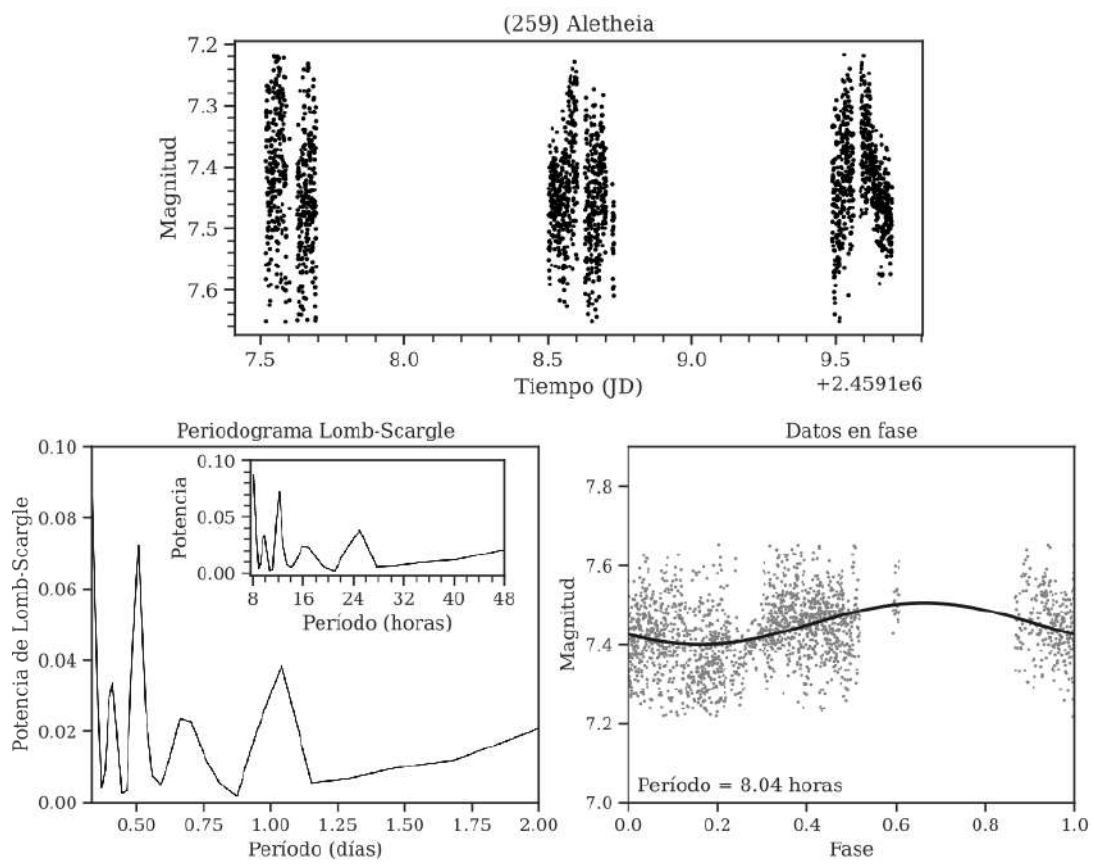


Figura 23: Curva de luz de Aletheia obtenida a partir de datos propios obtenidos en la EABA

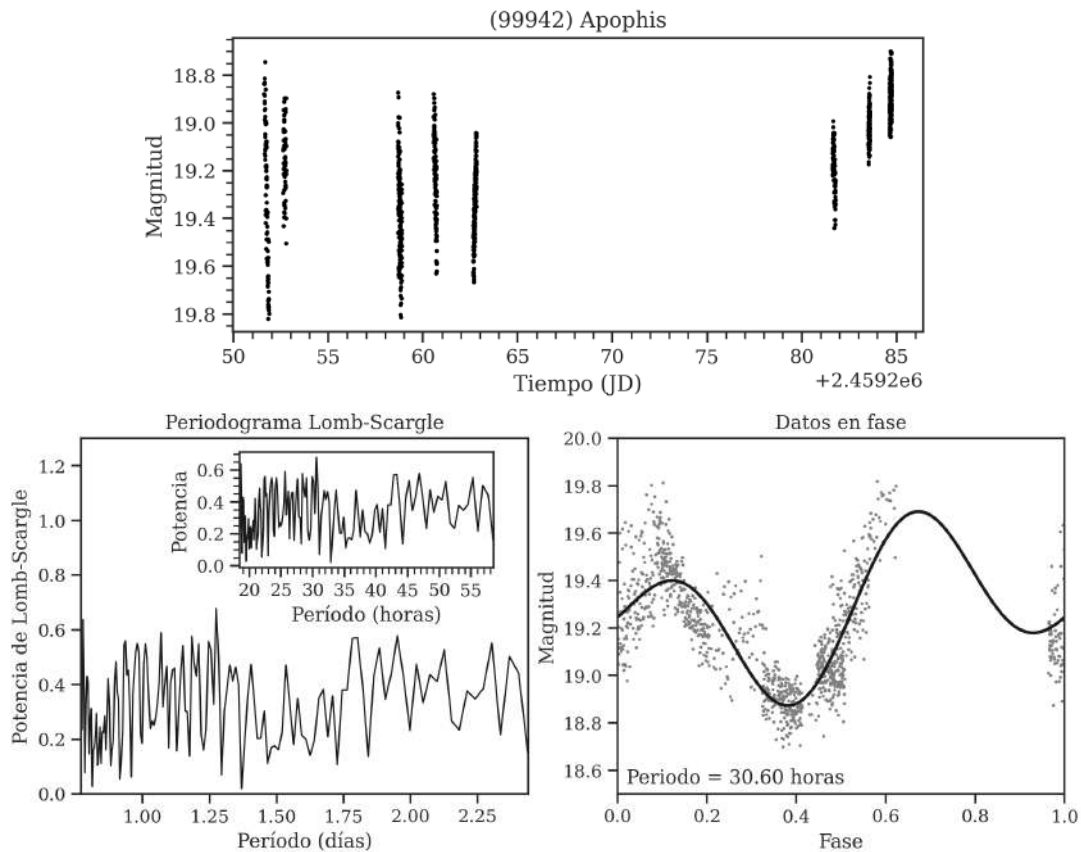


Figura 24: Curva de luz de Aletheia obtenida a partir de datos propios obtenidos en la EABA

observaciones espectroscópicas servirán para producir un mapa de la superficie de Apophis que servirá como referencia para cualquier estudio remoto o *in situ* del asteroide durante el encuentro con la Tierra.

Apophis tiene un período de rotación estimado de 30.56 horas (Pravec et al., 2014). Con nuestras observaciones de la EABA obtuvimos un período de 30.06 horas (Fig. 24). Nuestra estimación está 0.5 magnitudes por debajo de la publicada anteriormente, sin embargo, nuestra cobertura de la fase rotacional no es completa.

## 2.6 Análisis del sitio de observación

Un subproducto de los archivos de salida del software M2 son las magnitudes de las estrellas que se encuentran en las imágenes obtenidas para estudiar nuestros asteroides. A partir del análisis del cambio de las magnitudes de estas estrellas podemos estimar ciertos parámetros de calidad del observatorio. Nos gustaría mencionar que presentamos aquí un análisis muy básico ya que no es el tema central de la tesis, pero queremos mostrar el potencial que tiene esta herramienta.

A continuación, veremos cómo varía el fondo de cielo durante nuestras observaciones 25. Un análisis sería cómo varía el fondo de cielo en las imágenes para las distintas noches. Si miramos el gráfico para Aletheia, notaremos que no existe prácticamente variación de este parámetro a lo largo de las noches de observación. En el caso de Apophis, debemos comparar los valores de fondo de cielo para observaciones en las que utilizamos el mismo tiempo de exposición, por ejemplo, las dos primeras noches. Notamos que la variación en el fondo de cielo también permanece estable.

Por otro lado, decidimos estudiar la variación del fondo del cielo con el ángulo acimutal<sup>7</sup> y la dis-

<sup>7</sup>Cabe aclarar, que M2 calcula el acimut con origen en el Norte y con dirección al Este.

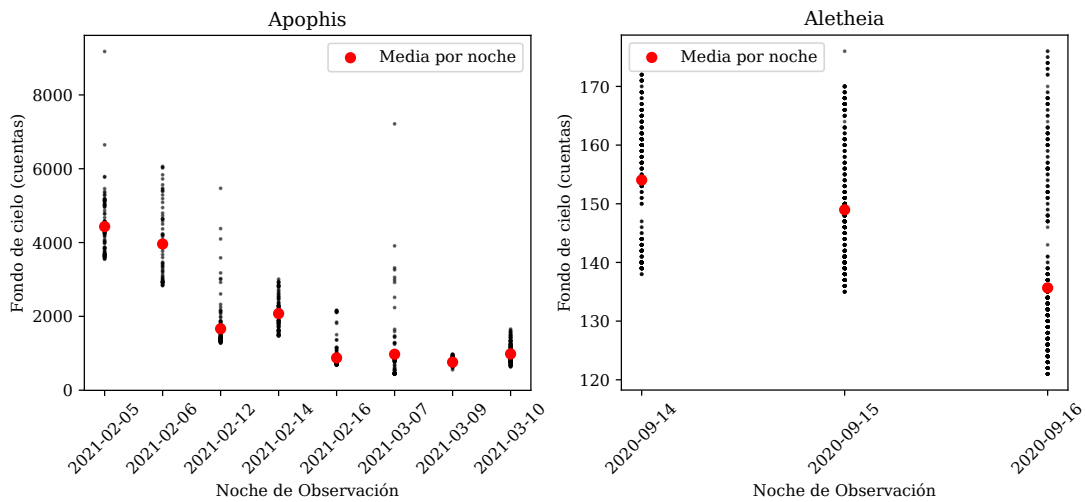


Figura 25: Valores de fondo de cielo para las noches de observación en la EABA de Apophis y Aletheia.

tancia cenital (Fig. 26). Para ambos objetos, que fueron observados en condiciones muy diferentes (ver Tabla 2), notamos las mismas tendencias. Como es esperable, el valor del fondo de cielo aumenta a medida que aumenta la distancia cenital (nos acercamos al horizonte). A su vez, se observa un aumento muy marcado de las cuentas del fondo de cielo a medida que el telescopio se acerca a los  $100^\circ$  de acimut (dirección ciudad de Alta Gracia), y una considerable dispersión entre  $250^\circ - 360^\circ$ .

Dado este comportamiento particular, planteamos la siguiente hipótesis: el aumento de cuentas hacia  $100^\circ$  debería estar relacionado a que el telescopio apunta hacia una zona del cielo contaminada por la luz de grandes ciudades (Córdoba, Alta Gracia). Sin embargo, la dispersión entre  $250^\circ - 360^\circ$  es llamativa ya que el telescopio estaría apuntando hacia el suroeste, donde no debería existir contaminación lumínica. Para comprobar esto, estudiaremos la variación de los tres parámetros en simultáneo: acimut, distancia cenital y fondo de cielo. Realizaremos este análisis utilizando las observaciones de Aletheia, ya que todas las imágenes tienen en el mismo tiempo de exposición y esto facilita la interpretación de los resultados. En la Fig. 27 corroboramos nuestra hipótesis: en el rango de  $0^\circ - 100^\circ$  de acimut el valor de las cuentas es muy elevado, incluso para distancias cenitales bajas. Por otro lado, entre  $250^\circ - 360^\circ$  vemos que la distancia cenital aumenta, y por ello aumenta la dispersión y el número de cuentas en el fondo de cielo.

## 2.7 Conclusiones de este capítulo

Llevamos a cabo observaciones fotométricas de una muestra de asteroides utilizando el telescopio de 1.5 m de la Estación Astrofísica de Bosque Alegre. A partir de ellas, obtuvimos las curvas de luz y los períodos de rotación de los objetos estudiados. A lo largo de ese trabajo, llamaremos “observaciones densas” a este tipo de conjunto de datos, ya que se trata de muchas mediciones de la magnitud del asteroide por noche o por hora. Las magnitudes correspondientes a la curva de luz pueden utilizarse también en estudios de curvas de fase si se combinan con observaciones tomadas en otro rango de ángulos de fase.

La mayor parte de nuestras observaciones se vieron enmarcadas con en proyectos de colaboración con otros grupos. En el caso de Kirillavrov, el objetivo era detectar eventos mutuos para confirmar su naturaleza binaria. A pesar de que dichos eventos no fueron observados, las curvas de luz fueron de utilidad para refinar el período de rotación. Por otro lado, presentamos uno de los objetos observados y publicados con el Grupo de Observadores de Rotaciones de Asteroides. La intensa actividad llevada al cabo con el GORA nos ha permitido comenzar nuevos proyectos internacionales de colaboración en los

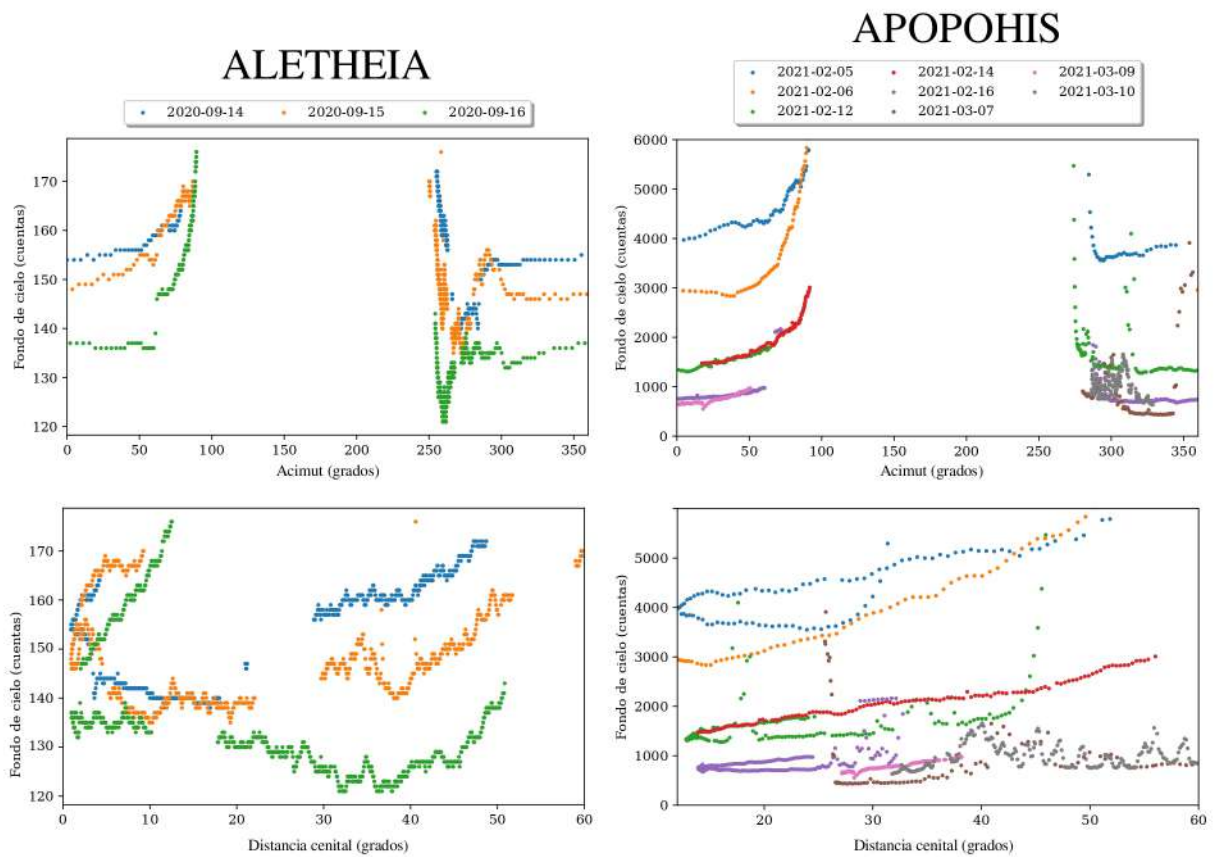


Figura 26: Arriba: Valores de fondo de cielo vs Acimut para las noches de observación en la EABA de Apophis y Aletheia. Abajo: Valores de fondo de cielo vs Distancia Cenital para las noches de observación en la EABA de Apophis y Aletheia.

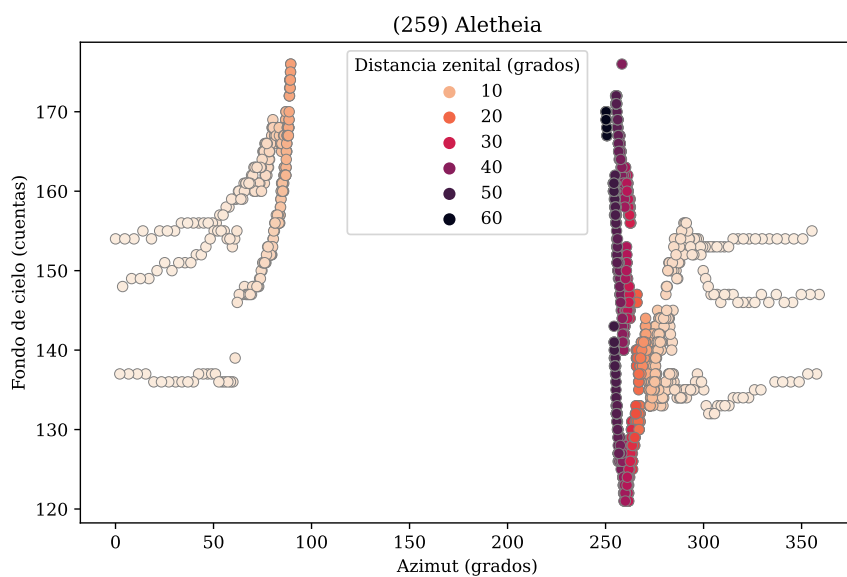


Figura 27: Valores de fondo de cielo vs Acimut para las noches de observación en la EABA de Aletheia. Los colores indican la distancia cenital, valores más bajos corresponden a colores más claros.



cuales aún estamos trabajando.

Además, aportamos curvas de luz densas a la base de datos del grupo del *Astronomical Observatory Institute*, de Polonia. A partir de ellas, utilizando el método de inversión de curvas de luz, se puede realizar una estimación mucho más precisa del período de rotación, así también como determinar la forma y la dirección del eje de rotación del objeto. Es decir, gracias a la alta densidad de los datos se puede conseguir una alta precisión en los parámetros físicos calculados. Los objetos con los cuales participamos son Aletheia y Apophis. Las observaciones fueron de crucial importancia ya que sirvieron de respaldo para una campaña espectroscópica en la que se buscaba caracterizar este objeto previo a su acercamiento en 2029.

Para la reducción de datos, usamos un novedoso software de procesamiento masivo (OM+M2). Estos programas, pensados para procesar TB de datos en corto período tiempo (actualmente la velocidad es de 2 TB de imágenes por semana en cada nodo de cálculo, hay 3 nodos y se puede expandir), nos permite obtener información de cada una de las fuentes presentes en nuestras imágenes. Por lo tanto, podemos analizar al objeto de interés (en nuestro caso, asteroides), pero también es posible estudiar las estrellas del campo u otros asteroides que no sean el objetivo principal. La fortaleza de usar un pipeline como M2, es que 1) reduce considerablemente el tiempo de reducción y análisis de imágenes, sobre todo si comparamos con las horas que conlleva realizar estas tareas de forma manual; 2) referencia todas las observaciones a un catálogo fotométrico particular, en este caso, Gaia DR3. Esto permite homogeneizar las observaciones realizadas en diferentes filtros y/o con diferentes instrumentos ya que son trasladadas a un marco de comparación único. Más aún Gaia DR3 tiene una correspondencia bien estudiada con otros sistemas fotométricos como Jhonson o SDSS, lo que facilita la transformación de nuestras magnitudes a otros sistemas.

Presentamos un análisis breve del sitio de observación. Notamos que en la actualidad, la contaminación lumínica causada principalmente por Córdoba y Alta Gracia, eleva considerablemente las cuentas del fondo de cielo para valores de acimut entre 0 y 100 grados. Si estudiásemos imágenes de algunos años atrás, sería posible ver una evolución de esa contaminación, por ejemplo.

### 3 Determinación de parámetros HG con datos de Gaia

En el capítulo anterior, describimos la observación planificada y detallada de una muy pequeña muestra de objetos. En contraste, en esta sección, abordaremos el manejo de una gran base de datos como es *Gaia Data Release 2* (Gaia DR2).

La misión Gaia, hasta el momento, proporcionó a la comunidad científica observaciones de alta calidad de unos 300.000 asteroides de todas las categorías. La mayoría son del cinturón principal, pero también se observaron pequeños asteroides del grupo NEA, troyanos de Júpiter, centauros y transneptunianos. Gaia DR2 se publicó en 2018 y consistió en 22 meses de observaciones de 14.099 objetos conocidos del Sistema Solar, principalmente asteroides (Hestroffer et al., 2010), basadas en más de 1,5 millones de observaciones (Gaia Collaboration et al., 2018). Como la base de datos proporcionada por Gaia, también otros sondeos espaciales y terrestres están generando datos de fotometría de asteroides en gran volumen. Como ejemplo podemos mencionar a K2, la extensión de la misión Kepler, cuyo objetivo principal es explorar la estructura y diversidad de sistemas planetarios (Howell et al., 2014; Van Cleve et al., 2016; Huber & Bryson, 2016). Como apunta cerca del plano de la eclíptica, K2 puede medir el brillo de cientos de asteroides del cinturón principal de forma casi continua (Szabó et al., 2016; Barentsen & Kepler Team, 2016). Otro relevamiento de este tipo es el *Transiting Exoplanet Survey Satellite* (TESS), cuyo objetivo principal también está orientado al descubrimiento de exoplanetas (Ricker et al., 2015). TESS, al igual que K2, puede observar curvas de luz de forma casi ininterrumpida. En su caso, puede hacerlo hasta casi 27 días (Pál et al., 2018). Los asteroides que observa son en su mayoría aquellos con inclinaciones superiores a  $6^\circ$  (Pál et al., 2020). Una diferencia importante entre Gaia, K2 y TESS radica en la posición orbital en la que se observa el asteroide. En el caso de TESS, los objetos se observan durante la oposición, K2 los observa cerca de sus puntos estacionarios (Pál et al., 2018), y Gaia observa los asteroides cuando su ángulo de fase supera los  $10^\circ$ . En los próximos años, el *Large Synoptic Survey Telescope* (LSST) tendrá su primera liberación de datos del Sistema Solar (Schwamb et al., 2019; Vera C. Rubin Observatory LSST Solar System Science Collaboration et al., 2021). Se espera que el LSST descubra más de 5 millones de asteroides (Jones & Ivezić, 2015) hasta magnitudes de  $\sim 24,5$  mag. Como tales, muchos de estos objetos sólo serán observados por el LSST, ya que son demasiado débiles y numerosos para ser caracterizados mediante observaciones de seguimiento específicas.

La comunidad científica debe estar preparada para analizar esta gran cantidad de datos que nos permitirán abarcar un conocimiento más detallado de las poblaciones de asteroides, que actualmente están mal caracterizadas, ya que aún no se conocen las propiedades físicas básicas como la masa, la densidad, las propiedades de rotación, la forma y el albedo de la mayoría de ellos.

Como ya describimos en la Sección 1.3 y en la Sección 1.4, el brillo de los asteroides varía tanto por su rotación sobre su eje como por su movimiento alrededor del Sol. En esta sección nos interesa el segundo de estos efectos: la variación de la magnitud reducida de los objetos en función del ángulo de fase  $\alpha$ , es decir, la curva de fase. A medida que el ángulo de fase disminuye, es decir, a medida que el asteroide se aproxima a la oposición, el objeto será más brillante (su magnitud disminuirá). Es importante recordar que, para ángulos inferiores a  $6^\circ$ , la disminución de magnitud no es lineal (efecto de oposición). Por el contrario, para ángulos de fase superiores a  $10^\circ$  esta relación es prácticamente lineal. Gaia puede obtener curvas de fase precisamente en este intervalo donde la relación entre la magnitud y  $\alpha$  es lineal (Gaia Collaboration et al., 2018). Como menciona Carbognani et al. (2019), es interesante unir los datos de Gaia ( $\alpha > 10^\circ$ ) y los datos obtenidos desde tierra ( $\alpha < 10^\circ$ ) para determinar  $H$  y luego obtener, por ejemplo, estimaciones del diámetro de miles de asteroides.

El objetivo del trabajo presentado en este capítulo, es obtener un catálogo de parámetros de función de fase para todos los asteroides observados por la misión Gaia y publicados en *Gaia DR2*. Esta sección está organizada de la siguiente manera: En la Sección 3.1 presentamos el algoritmo utilizado para obtener el catálogo de parámetros. En la Sección 3.2, proporcionamos una descripción de los datos utilizados

para el análisis de *Gaia DR2*. En la Sección 3.4 discutimos los resultados obtenidos y finalmente, en la Sección 3.5 presentamos las conclusiones y perspectivas futuras.

### 3.1 Ecuaciones de la función de fase

En la Sección 1.4, comentamos que existen diversos modelos para ajustar las curvas de fase y determinar sus parámetros. Aquí, explicaremos los dos modelos más utilizados y cómo fueron implementados en nuestro trabajo.

En 1984, Lumme y sus colaboradores, desarrollaron expresiones empíricas para representar las curvas de fase de objetos sin atmósfera (asteroides, satélites de planetas). A las magnitudes observadas  $m_{obs}$ , reducidas a 1 UA de distancias geocéntrica y heliocéntrica, se les realizó un ajuste de cuadrados mínimos usando la función:

$$10^{-0,4m_{obs}(\alpha)} = a_1\phi_1(\alpha) + a_2\phi_2(\alpha) \quad (6)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de fase,  $a_1$  y  $a_2$  son parámetros específicos de cada objeto,  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son funciones derivadas empíricamente utilizando observaciones de 12 asteroides. Finalmente, la expresión que encontraron para “predecir” la magnitud en un ángulo de fase dado es:

$$m_{pred}(\alpha) = m(0) - 2,5\log[(1 - \Gamma)\phi_1 + \Gamma\phi_2] \quad (7)$$

Aquí,  $m(0) = -2,5\log(a_1 + a_2)$  es la magnitud del objeto en ángulo de fase cero; y a la variable  $\Gamma = a_2/(a_1 + a_2)$  la llamaron parámetro de pendiente. Esta formulación es la que conocemos hoy en día como el sistema H, G donde  $m(0) = H$  es la magnitud absoluta media en la banda V de Johnson con un ángulo de fase cero, y  $\Gamma = G$  es el “parámetro de pendiente” que describe la forma de la función de fase. En 1988, la Unión Astronómica Internacional (IAU, por sus siglas en inglés) adoptó el sistema H, G para representar las curvas de fase:

$$V(\alpha) = H - 2,5 \log_{10}[(1 - G)\Phi_1(\alpha) + G\Phi_2(\alpha)], \quad (8)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de fase,  $V(\alpha)$  es la magnitud V reducida a la unidad de distancia,  $\Phi_1(\alpha)$  y  $\Phi_2(\alpha)$  son dos funciones base normalizadas a la unidad para  $\alpha=0^\circ$ .

Para el cálculo numérico de los parámetros correspondientes, seguimos el procedimiento indicado en [Muinonen et al. \(2010\)](#). Los autores proponen escribir la ecuación 8 como:

$$10^{-0,4V(\alpha)} = a_1\Phi_1(\alpha) + a_2\Phi_2(\alpha), \quad (9)$$

donde la magnitud absoluta  $H$  y el coeficiente  $G$  son:

$$H = -2,5 \log_{10}(a_1 + a_2), \quad G = \frac{a_2}{a_1 + a_2}, \quad (10)$$

y las funciones base pueden ser aproximadas con precisión por:

$$\begin{aligned} \Phi_1(\alpha) &= \exp\left(-3,33 \tan^{0,63} \frac{1}{2}\alpha\right), \\ \Phi_2(\alpha) &= \exp\left(-1,87 \tan^{1,22} \frac{1}{2}\alpha\right). \end{aligned} \quad (11)$$

A continuación, los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$  se pueden estimar mediante mínimos cuadrados lineales.

Diversos autores (Harris y colaboradores 1989, Shevchenko y colaboradores 1997) mostraron que el sistema H, G no ajusta con buena precisión las curvas de fase de asteroides de muy bajo y muy alto

albedo. Por esta razón, [Muinonen et al. \(2010\)](#) desarrollaron la función  $H, G_1, G_2$  y demostraron que utilizando este modelo de tres parámetros se consigue eliminar la incapacidad para ajustar adecuadamente las curvas de fase de los asteroides de alto y bajo albedo. La función de fase de magnitud de tres parámetros puede describirse como:

$$V(\alpha) = H - 2,5 \log_{10}[G_1 \Phi_1(\alpha) + G_2 \Phi_2(\alpha) + (1 - G_1 - G_2) \Phi_3(\alpha)], \quad (12)$$

donde  $\Phi_1(0^\circ) = \Phi_2(0^\circ) = \Phi_3(0^\circ) = 1$ . Análogamente al modelo anterior, los autores proponen escribir a la magnitud reducida  $V$  como:

$$10^{-0,4V(\alpha)} = a_1 \Phi_1(\alpha) + a_2 \Phi_2(\alpha) + a_3 \Phi_3(\alpha). \quad (13)$$

Los coeficientes  $a_1, a_2$  y  $a_3$  se pueden calcular mediante mínimos cuadrados lineales y, a continuación, los parámetros  $H, G_1$  y  $G_2$  se obtienen con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} H &= -2,5 \log_{10}(a_1 + a_2 + a_3), \\ G_1 &= \frac{a_1}{a_1 + a_2 + a_3}, \\ G_2 &= \frac{a_2}{a_1 + a_2 + a_3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Según [Muinonen et al. \(2010\)](#), la función  $H, G$  es razonablemente buena especialmente en el rango de  $10^\circ$  a  $60^\circ$ . Además, tiene la ventaja de tener una forma analítica simple. Sin embargo, hay casos en los que produce malos ajustes incluso para observaciones de alta calidad. En cambio, la función  $H, G_1, G_2$  no presenta este problema. Al tener más parámetros se obtienen mejores ajustes. Como ya mencionamos, esta función a diferencia de  $H, G$  puede ajustar adecuadamente curvas de fase de asteroides con albedo muy alto o muy bajo.

### 3.2 Datos de Gaia

Como se mencionó en el Capítulo 1.6, el Gaia DR2 se publicó en 2018 y posee observaciones fotométricas en la banda G de 14 099 objetos conocidos del sistema solar ([Hestroffer et al., 2010](#)). En este trabajo, hemos seleccionado como muestra los 13 981 objetos que son asteroides. En la Figura 28 podemos ver esta muestra representada en el plano  $a$  (eje semimayor) vs  $I$  (inclinación), donde las diferentes familias y los asteroides troyanos se identifican con diferentes colores.

Descargamos la base de datos del Archivo Gaia. Tiene tres columnas: número mpc, época utc y magnitud  $g$  (instrumental). La magnitud está publicada en la base de datos y se obtiene a partir del flujo. A continuación, también descargamos el flujo y el flujo de error para calcular el error en la magnitud por nosotros mismos. En este trabajo, estamos interesados en estudiar la variación de la magnitud en función del ángulo de fase, por lo tanto, debemos procesar los datos “crudos” de la tabla. Como primera instancia, necesitamos el ángulo de fase y la magnitud  $g$  reducida. La magnitud reducida es la corregida a 1 UA del Sol y la Tierra.

Para obtener el ángulo de fase, partimos de la información de la época UTC. Debemos añadir una constante a esta cantidad para convertirla a fecha juliana. El valor de esta constante es  $2455197.5^8$ . Con la información de la fecha juliana, realizamos una consulta a las efemérides de *JPL Horizons System* y guardamos la información del ángulo de fase correspondiente a la fecha.

<sup>8</sup>[ea.esac.esa.int/archive/documentation/GDR2/](http://ea.esac.esa.int/archive/documentation/GDR2/)

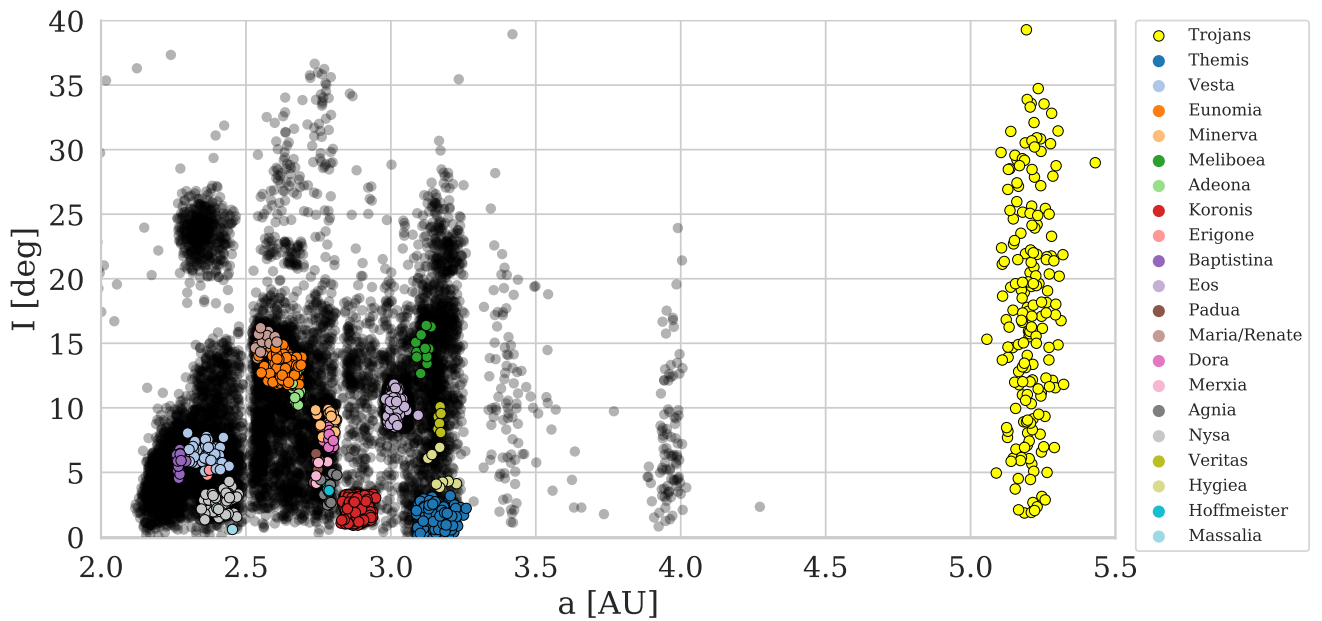


Figura 28: En negro están representados todos los asteroides observados por Gaia en el plano  $a$  (semieje mayor) vs  $I$  (inclinación). Las familias presentes en la muestra y los asteroides troyanos están resaltados con colores diferentes.

Para obtener la magnitud reducida  $g$ , a partir de la consulta a las efemérides debemos almacenar la información de  $r$  (distancia gaiacéntrica) y  $\Delta$  (distancia heliocéntrica), ambas en UA. A continuación, podemos calcular la magnitud reducida mediante la siguiente ecuación:

$$g_{\text{red}} = g_{\text{inst}} - 5 \log_{10}(r \cdot \Delta) \quad (15)$$

Una vez que tenemos la información de ángulo de fase y magnitud  $g$  reducida, podemos ajustar con el sistema  $H, G$  (Ecuación 8) y graficar los resultados. En las Figuras 29 mostramos las curvas de fase correspondientes a los asteroides (24) Themis y (165) Loreley, respectivamente. Una vez que tenemos la información de ángulo de fase y magnitud  $g$  reducida, podemos ajustar con el sistema  $H, G$  (Ecuación 8) y graficar los resultados. En las Figuras 29 mostramos las curvas de fase correspondientes a los asteroides (24) Themis y (165) Loreley, respectivamente.

Prestando atención en la Figura 29 podemos señalar dos problemas que presentan los datos de Gaia:

1. **Dispersión por curva de luz:** Observamos una gran dispersión en los datos obtenidos durante poco tiempo o en el mismo día o con ángulos de fase similares. Esto podría deberse a la curva de luz del asteroide, principalmente a la amplitud. En el caso de que existan curvas de luz bien muestreadas observadas desde telescopios terrestres, suele seleccionarse algún criterio para elegir la magnitud que se utilizará para el cálculo de las funciones de fase. Por ejemplo, [Carbognani et al. \(2019\)](#) siempre eligen el máximo de sus curvas de luz. En el caso de las observaciones de Gaia, esto no es posible porque no hay curvas de luz bien muestreadas. En su lugar, lo que tenemos son unas pocas observaciones del asteroide al día. A priori, no es posible distinguir a qué parte de la curva de luz del asteroide corresponden esas pocas observaciones. Esto introduce una dispersión bastante amplia en la curva de fase, como se muestra en la figura 29. En este trabajo, para lograr cierta coherencia ante este problema, hemos elegido el valor medio de la magnitud en los casos en los que había más de una observación por día ([Showalter et al., 2020](#)).
2. **Ángulos de fase grandes:** Gaia sólo puede observar asteroides que se encuentren en ángulos de

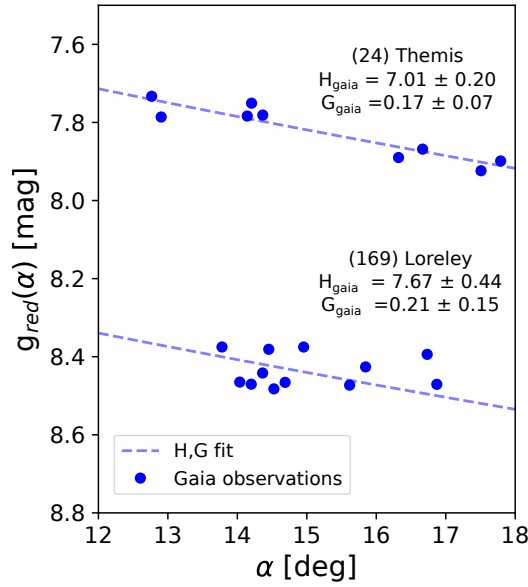


Figura 29: Curva de fase del asteroide (24) Themis y (165) Loreley. En azul las observaciones de Gaia. En línea discontinua el ajuste del sistema  $H, G$ . Los  $H, G$  obtenidos en estos ajustes están en la banda  $g$  de Gaia.

fase superiores a  $10^\circ$ . Como no tenemos información sobre ángulos de fase pequeños, los ajustes de la función no son tan precisos. Además, para poder ajustar la función  $H, G_1, G_2$  (Ecuación 12), esta información es necesaria. Por otro lado, los datos de Gaia no nos permiten modelizar el efecto de oposición. Para superar este problema, hemos complementado los datos de Gaia con observaciones tomadas desde tierra. Estas observaciones contienen ángulos de fase inferiores a  $10^\circ$ .

### 3.3 Datos de Gaia combinados con observaciones terrestres

Las observaciones terrestres que se combinaron con las observaciones de Gaia se tomaron del *Asteroid Photometric Catalog VI.0* (Lagerkvist et al., 1995). Quinientos asteroides de Gaia DR2 han sido emparejados con el *Asteroid Photometric Catalog VI.0*. En este caso, al disponer de curvas de luz completas, hemos elegido la magnitud mínima (máximo de la curva de luz) para realizar los cálculos de la función de fase. Los datos de magnitud de este catálogo están en el filtro  $V$  de Johnson. Para combinar ambos conjuntos de datos, necesitamos hacer la conversión de la magnitud reducida  $g$  de Gaia a la magnitud reducida  $V$  de Johnson. La ecuación que proporciona esta conexión entre magnitudes es (Evans et al., 2018):

$$V = g_{red} + 0,02269 - 0,01784(V - R) + 1,016(V - R)^2 - 0,2225(V - R)^3. \quad (16)$$

La desviación estándar ( $\sigma$ ) de los residuos de los ajustes es de 0,049 mag (Evans et al., 2018). Esta relación depende del color del objeto por sus términos  $(V-R)$ . A su vez, los colores están relacionados con el tipo espectral del asteroide. Dandy et al. (2003) proporcionan una tabla con los valores medidos  $(V-R)$  para algunos tipos espectrales. Para aquellos asteroides que tienen una clasificación taxonómica, asignamos el  $(V-R)$  de la tabla de Dandy et al. (2003) para el cálculo de la magnitud  $V$ . Sin embargo, vuelven a surgir algunos problemas: (1) Existen muchas más clasificaciones espectrales que las mostradas en la tabla. En el caso de que la clasificación espectral del asteroide no estuviera en dicha tabla, le asignamos



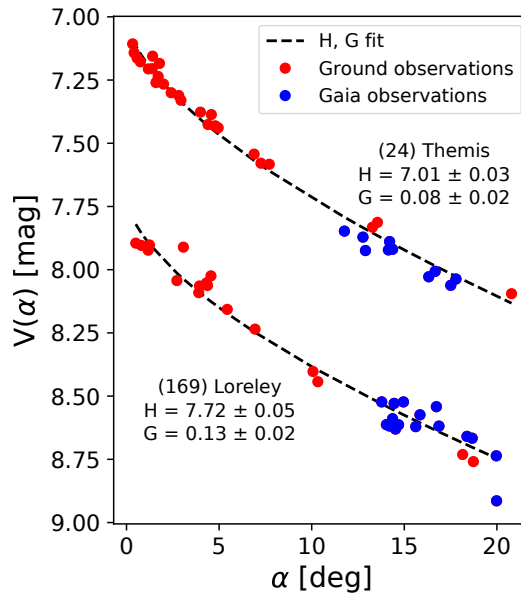


Figura 30: Curvas de fase de los asteroides (24) Themis y (165) Loreley. En puntos azules las observaciones de Gaia y en puntos rojos, las observaciones terrestres. En línea discontinua el ajuste del sistema  $H, G$ .

el valor de  $(V-R)$  correspondiente al tipo taxonómico con el que comparte más similitudes. (2) Hay pocos asteroides que tengan clasificación espectral. En los casos en los que el asteroide no tiene clasificación espectral, hemos asignado un  $(V - R)_{\text{average}} = 0,43$  que se ha obtenido promediando todos los valores de la tabla. Esta es la media para todos los tipos espectrales. Una forma más precisa de llevar a cabo este cálculo sería obtener un índice de color medio ponderado en función de la abundancia de la población de asteroides, ya que los asteroides más numerosos son de tipo C y S. Sin embargo, los asteroides de tipo C tienen  $V - R = 0,37$  y los de tipo S tienen  $V - R = 0,47$ . Si utilizamos un valor medio entre estos 2 tipos espectrales, deberíamos utilizar  $V - R = 0,42$  que está muy cerca del  $V - R = 0,43$  que hemos utilizado.

Una vez convertidas las magnitudes  $g$  de Gaia a la magnitud  $V$  de Jhonson, repetimos el cálculo del sistema  $H, G$  y trazamos la curva de fase. De nuevo, para facilitar la comparación con la Figura 29, mostramos las curvas de fase correspondientes a (24) Themis y (165) Loreley en la Figura 30.

Es evidente que el muestreo del intervalo de ángulos de fase es más completo. Observemos también que el error en el cálculo de los parámetros disminuye significativamente.

Un paso más que podemos conseguir cuando trabajamos con datos de Gaia combinados con datos terrestres es ajustar la función  $H, G_1, G_2$ . En la Figura 31 podemos ver el ajuste de esta función para los mismos dos asteroides mostrados anteriormente. Para comparar, hemos incluido también el ajuste con la función  $H, G$ .

En este caso, podemos ver que el error en la determinación de  $H$  con la Ecuación 12 es algo mayor que con la Ecuación 8. Este comportamiento puede deberse a que la dispersión de los datos Gaia afecta más a este modelo que al otro. La razón es que según Penttilä et al. (2016), la función  $H, G_1, G_2$  puede presentar problemas cuando se aplica a observaciones de baja calidad y/o con grandes variaciones de magnitud.

### 3.4 Resultados

En esta sección presentamos los resultados obtenidos tras procesar los datos con nuestra implementación en Python. Dividiremos esta sección según el conjunto de datos utilizados para el ajuste. Esto mostrará



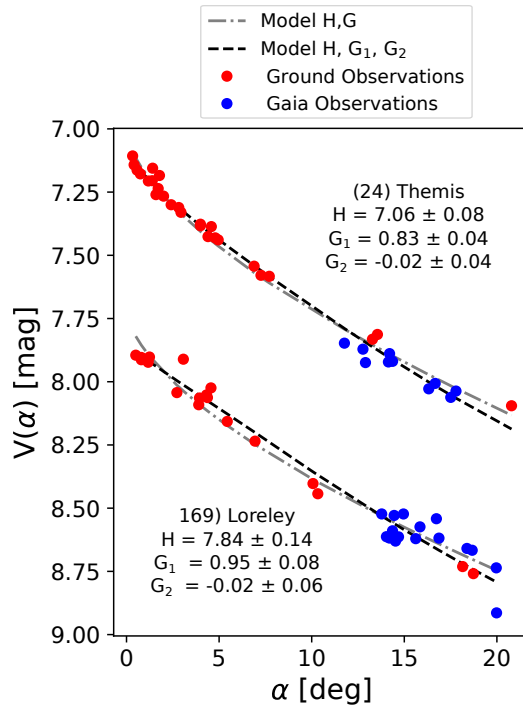


Figura 31: Curvas de fase de los asteroides (24) Themis y (165) Loreley. En puntos azules las observaciones de Gaia y en puntos rojos, las observaciones terrestres. En línea negra discontinua el ajuste del sistema  $H, G_1, G_2$ . Para comparar, en línea discontinua gris el ajuste de la función  $H, G$ .

claramente las diferencias entre usar sólo los datos de Gaia y su magnitud  $g$  y usar los datos de Gaia en magnitud  $V$  combinados con observaciones terrestres. En todos los casos en los que el ajuste se ha realizado con el modelo  $H, G$  presentado en la Sección 3.1, el valor obtenido para el parámetro  $H$  se comparó con una base de datos de  $H$  publicada, *Astorb*<sup>9</sup>.

Hemos filtrado nuestros catálogos finales reteniendo sólo aquellos asteroides cuyo error en la magnitud  $H$  es inferior al 30% del valor  $H$  ajustado. Este criterio se utilizó en los tres casos: a)  $H, G$  con sólo datos de Gaia en magnitud  $g$  (9.817 asteroides), b)  $H, G$  con datos de Gaia en magnitud  $V$  combinados con observaciones terrestres (480 asteroides) y c)  $H, G_1, G_2$  con datos de Gaia en magnitud  $V$  combinados con observaciones terrestres (190 asteroides).

Para este breve análisis de errores, hemos seleccionado los mismos objetos que hemos estado utilizando como ejemplos en las secciones anteriores: (24) Themis y (165) Loreley. Los errores de  $H$  presentados en este trabajo corresponden a los errores dados por los ajustes por mínimos cuadrados. El objetivo de este breve análisis es mostrar que los errores en las magnitudes  $g$  y  $V$  son despreciables comparados con el error producido por los ajustes. El error en la magnitud  $g$  de Gaia puede estimarse a partir de los datos de flujo presentes en DR2. Según la documentación (Busso et al., 2018):

$$g = -2,5 \log(g_{\text{flux}}) + G_0, \tag{17}$$

$$G_0 = 25,6884 \pm 0,0018.$$

Para obtener el error en magnitud  $g$  hacemos propagación de errores. Por otro lado, para estimar el error en magnitud  $V$  lo único que hacemos es realizar la propagación de errores en la Ecuación 16 suponiendo que el error en  $(V-R)$  es 0,1.

En el caso de (24) Themis, los errores obtenidos para las magnitudes son  $error_g = 0,005$  y  $error_V =$

<sup>9</sup><https://asteroid.lowell.edu/main/astorb>

Tabla 3: Análisis de errores.

	Error $g$	Error $V$	Error $H_{\text{gaia}}$	Error $H_{\text{gaia+tierra}}$	Error $H_{G1G2}$
(24) Themis	0.005	0.009	0.2	0.03	0.08
(165) Leroley	0.007	0.01	0.44	0.05	0.14

0,009. Los errores en la determinación del parámetro  $H$  para los distintos ajustes son: 0,2 (función de fase  $H, G$  usando sólo datos de Gaia), 0,03 (función de fase  $H, G$  combinando datos de Gaia y observaciones de la Tierra) y 0,08 (función de fase  $H, G_1, G_2$  combinando datos de Gaia y observaciones de la Tierra).

Por otro lado, para (165) Leroley, hemos obtenido los siguientes resultados:  $error_g = 0,007$  y  $error_V = 0,01$ . En este caso, los errores en la determinación del parámetro  $H$  para los distintos ajustes son: 0,44 (función de fase  $H, G$  usando sólo datos de Gaia), 0,05 (función de fase  $H, G$  combinando datos de Gaia y observaciones de la Tierra) y 0,14 (función de fase  $H, G_1, G_2$  combinando datos de Gaia y observaciones de la Tierra). Para un resumen ver Tabla 3.

Como podemos ver, los errores del parámetro  $H$  son siempre mayores que los errores estimados para las magnitudes  $g$  y  $V$ .

### 3.4.1 Datos de Gaia en magnitud $g$ .

En este subapartado, mostramos los datos obtenidos utilizando únicamente los datos de las observaciones de Gaia en su magnitud  $g$ . Para realizar el ajuste, sólo será necesario identificar el ángulo de fase correspondiente a la observación y calcular la magnitud  $g$  reducida. Es importante destacar que, en este caso, no es necesario conocer la información del tipo espectral (color  $V - R$ ) de los asteroides.

En la figura 32 presentamos la comparación de nuestros resultados del parámetro  $H$  con los publicados en Astorb. La línea discontinua indica la línea de coincidencia. El número de observaciones se representa en color (verde para las más observadas y rojo para las menos observadas) y el tamaño del punto representa el error (cuanto mayor es el tamaño del punto, mayor es el error). Podemos observar que aquellos asteroides que tienen menos observaciones son también los que tienen mayores errores. Además, este grupo pertenece a los objetos más débiles.

También obtuvimos los parámetros  $G$  para esos asteroides. Los valores obtenidos utilizando los datos de Gaia se muestran en el histograma de la Figura 6. Es importante destacar que hemos calculado parámetros  $G$  que tienen un amplio rango de valores frente al valor fijo  $G = 0,15$  que se asigna a la mayoría de ellos según lo establecido en MPC 17257 (diciembre de 1990). La mediana de nuestra muestra es 0,04. Hemos incluido en la misma figura la distribución de  $G$  para el Catálogo Fotométrico de Asteroides, para tener una comparación inmediata entre las dos fuentes. La mediana, en este caso, también es 0,04.

Otra correlación interesante que se puede analizar es la de  $G$  frente a  $H$ . Observando la Figura 34 nos damos cuenta de que los asteroides cuyo parámetro  $G$  es mayor que uno son aquellos que tienen pocas observaciones y que además tienen magnitudes absolutas relativamente altas. Los que son más brillantes y tienen un considerable de observaciones (puntos verdes) tienden a situarse en una línea vertical alrededor de  $G = 0$ . Es de esperar que a medida que se obtengan más observaciones, los puntos rojos que forman la especie de "joroba" se aplanen y se vuelvan más verticales.

### 3.4.2 Datos de Gaia combinados con observaciones terrestres.

Aquí presentamos los mismos gráficos que en la subsección anterior pero transformando la magnitud  $g$  de Gaia en la magnitud  $V$  de Jhonson. En este punto se hace imprescindible conocer la información espectral de los asteroides, ya que es necesaria para realizar el paso entre magnitudes. Veremos cómo mejora la determinación de los parámetros  $H, G$  al incluir datos de observaciones terrestres. El número

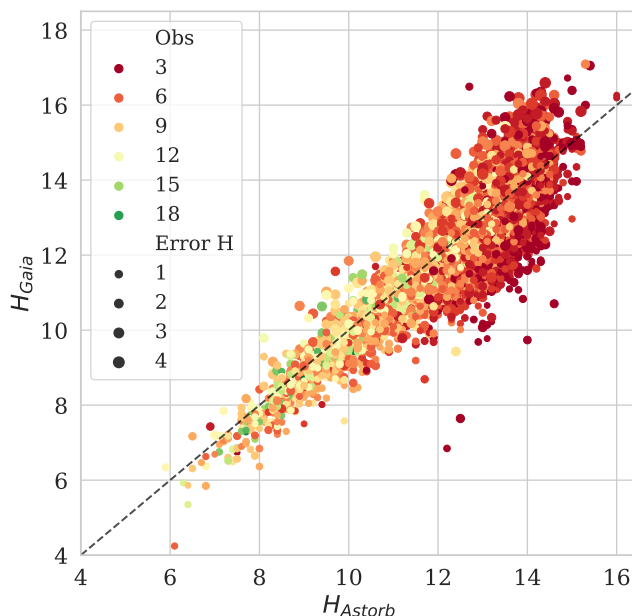


Figura 32: Comparación del  $H$  obtenido usando datos de Gaia en magnitud  $g$  con la publicada en la base de datos Astorb. Los colores representan el número de observaciones, y el tamaño del punto representa el error. La línea discontinua indica la línea de coincidencia. La figura ilustra 9 817 asteroides.

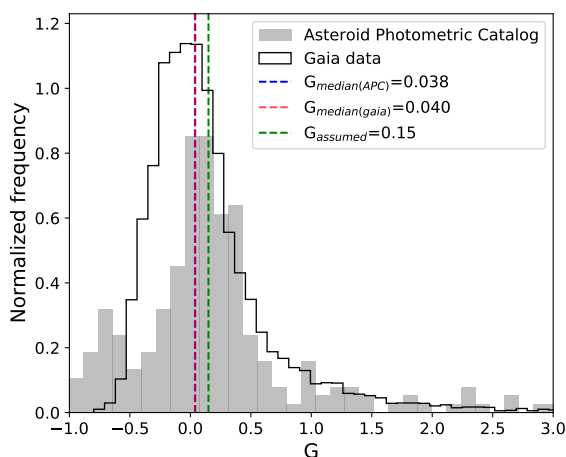


Figura 33: Histograma de los valores  $G$  obtenidos con Gaia (9.817 asteroides). La línea punteada verde marca el valor  $G = 0,15$  que se asigna a la mayoría de los asteroides. La línea roja indica la mediana de la muestra. El histograma gris corresponde a la distribución de  $G$  del Catálogo Fotométrico de Asteroides (APC), 313 asteroides. En línea azul punteada la mediana de esta muestra. Nótese que la mediana de Gaia y la del APC están superpuestas.

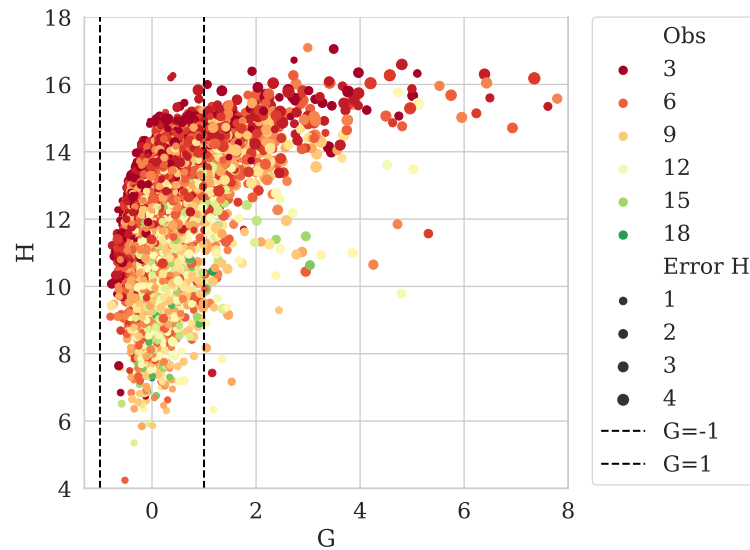


Figura 34: Gráfico  $G$  frente a  $H$  para los datos de Gaia en magnitud  $g$ . El color de los puntos representa el número de observaciones

de puntos disminuye drásticamente debido a que el tamaño de la muestra del Catálogo Fotométrico de Asteroides V.1 es mucho menor que la muestra de Gaia.

Por otro lado, dado que ahora disponemos de información para los ángulos  $<10^\circ$  al incluir observaciones terrestres, también calculamos el ajuste con el modelo  $H, G_1, G_2$  presentado en la sección 3.1.

En la Figura 35 (análoga a la Figura 32), el parámetro  $H$  se calculó añadiendo observaciones desde tierra (ángulos de fase pequeños). Es importante destacar que la disminución de la dispersión tras combinar los datos se debe a que la misión Gaia no observa ángulos de fase menores de  $10^\circ$ , que sí se observan con telescopios terrestres. Al combinar ambos conjuntos de observaciones, se obtiene un barrido más completo de los ángulos de fase.

Mejoramos la determinación de los parámetros  $G$  añadiendo observaciones desde el suelo cuando estaban disponibles. De forma análoga a la Figura 33 presentamos el histograma de los valores obtenidos en la Figura 36. Denotamos la mediana de la muestra que en este caso es  $G = 0,08$  y el valor  $G = 0,15$  que es el que generalmente se asigna a los asteroides.

En la Figura 37 mostramos el gráfico de  $G$  vs  $H$ . En este caso, en el que combinamos datos de Gaia con observaciones terrestres, vemos que la mayoría de los puntos se sitúan verticalmente alrededor de  $G = 0$ .

En la sección 3.4.1  $H$  y  $G$  se calculan con datos de Gaia, es decir, con un ángulo de fase grande ( $>10^\circ$ ), por lo que es razonable esperar valores de  $G$  cercanos a cero porque el efecto de oposición queda completamente excluido. En esta sección, los parámetros  $H$  y  $G$  se calculan utilizando los datos de Gaia más las curvas de fase para ángulos más pequeños obtenidas de APC. En este caso, esperamos resultados más realistas para  $H$  y  $G$ . Por esta razón, los comparamos con datos de alta calidad (Pravec et al., 2012) y con otra gran base de datos de Pan-STARRS (Vereš et al., 2015).

Pravec et al. (2012) proporcionan parámetros precisos de pendiente  $H$  y  $G$  para más de 580 asteroides con curvas de luz densamente cubiertas en una sola banda de paso en un amplio rango de ángulos de fase y establece el estándar en la medición de propiedades fotométricas de asteroides. En la muestra del cinturón principal de Pravec la mediana del valor  $G$  es de 0,23, mientras que la mediana de nuestra muestra es considerablemente inferior: 0,08. Además, el gráfico  $H$  vs.  $G$  de Pravec (es decir, el equivalente de la figura 37) no está centrado en cero y parece mucho menos disperso en lo que respecta a los valores de  $G$ .

Por otro lado, Vereš et al. (2015) muestra la distribución para 250.000 asteroides con un pico cerca de  $G \approx 0,15$  (Figura 9), es decir, cerca del valor empleado habitualmente. De nuevo, el valor mediano

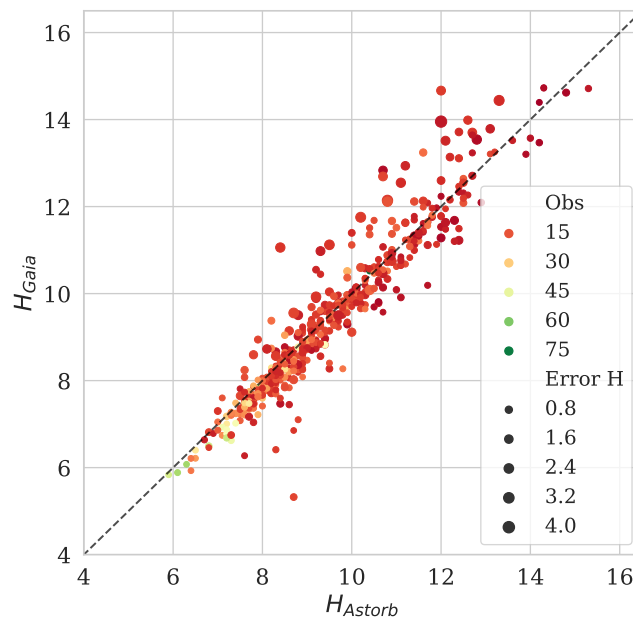


Figura 35: Comparación del  $H$  obtenido usando datos de Gaia en magnitud  $V$  combinados con observaciones terrestres, con el publicado en la base de datos Astorb. Los colores representan el número de observaciones, y el tamaño del punto representa el error. La línea discontinua indica la línea de coincidencia.

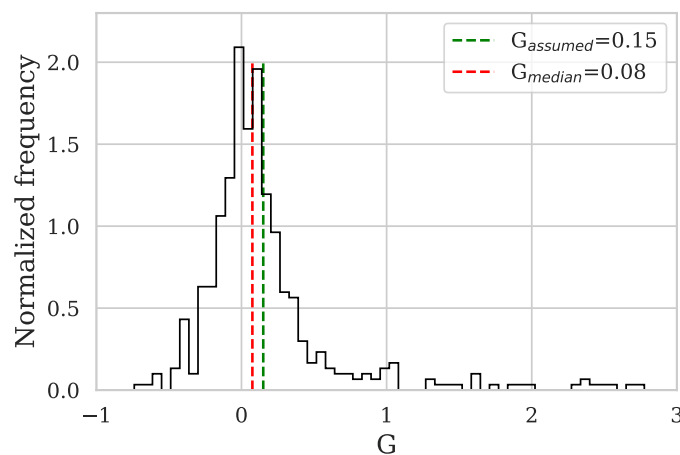


Figura 36: Histograma de los valores  $G$  obtenidos utilizando datos de Gaia y datos de observaciones terrestres. La línea punteada verde marca el valor  $G = 0,15$  que se asigna a la mayoría de los asteroides. La línea roja indica la mediana de la muestra.

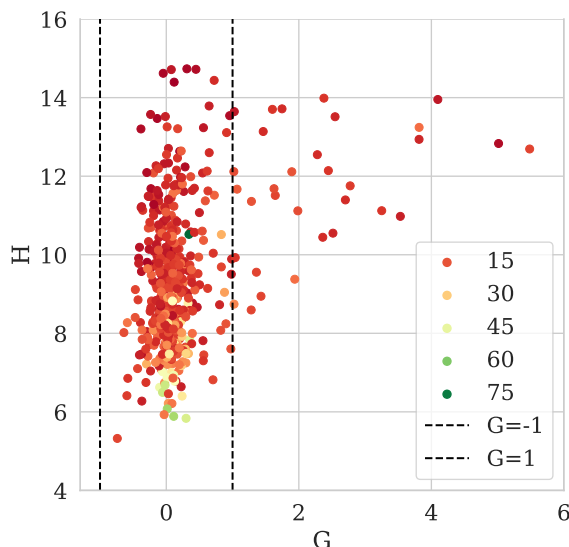


Figura 37: Gráfico  $G$  frente a  $H$ . El color de los puntos representa el número de observaciones.

Tabla 4: Parámetros de pendiente media  $\pm$  desviación estándar derivados en este trabajo (Gaia + APC, primera columna), por Vereš et al. (2015) (PS1, segunda columna) y por Pravec et al. (2012) (PRA12, tercera columna) para los mismos objetos en tres clases taxonómicas principales. En la cuarta columna indicamos el número de asteroides de la muestra correspondiente al tipo taxonómico para Gaia + APC. Para los tipos taxonómicos Q y D no pudimos realizar una comparación. La muestra de Gaia + APC no posee asteroides del tipo taxonómico Q.

Clase Taxonómica	Gaia + APC	PS1	PRA12	N
Q	n/a	$0,11 \pm 0,16$	$0,19 \pm 0,10$	0
S	$0,19 \pm 0,44$	$0,16 \pm 0,26$	$0,23 \pm 0,05$	139
C	$0,13 \pm 0,63$	$0,03 \pm 0,10$	$0,13 \pm 0,01$	107
D	$1,1 \pm 2,9$	n/a	n/a	14
X	$0,16 \pm 0,51$	$0,21 \pm 0,30$	$0,20 \pm 0,10$	69

de nuestra muestra es significativamente inferior al calculado por estos autores.

Para comparar las tres muestras, reproducimos en la Tabla 4, los valores obtenidos en la Tabla 5 de Vereš et al. (2015). En esta tabla, se pueden comparar los valores medios de  $G$  obtenidos para diferentes clases taxonómicas. En este caso, al discriminar por clase taxonómica, observamos que los valores obtenidos en este trabajo concuerdan razonablemente bien con los publicados por el resto de autores. De hecho, para los tipos S y C nuestros valores se aproximan más a los de Pravec et al. (2012) que a los obtenidos por Vereš et al. (2015). Por otro lado, observamos que nuestros datos tienen valores más altos de desviaciones típicas.

Así, mientras que la mediana  $G$  puede estar infravalorada al observar la muestra completa de Gaia + APC, al separar por tipo taxonómico vemos que los valores obtenidos están dentro de lo esperado considerando observaciones de alta calidad como las de Pravec et al. (2012).

Por último, para el ajuste del modelo  $H, G_1, G_2$ , mostramos en la Figura 38 un gráfico de  $G_1$  vs  $G_2$  que fue publicado previamente en otros trabajos (Muinonen et al. (2010); Carbognani et al. (2019)). Nuestros resultados, al igual que los obtenidos por los autores anteriores, muestran una correlación aproximadamente lineal entre ambos parámetros.

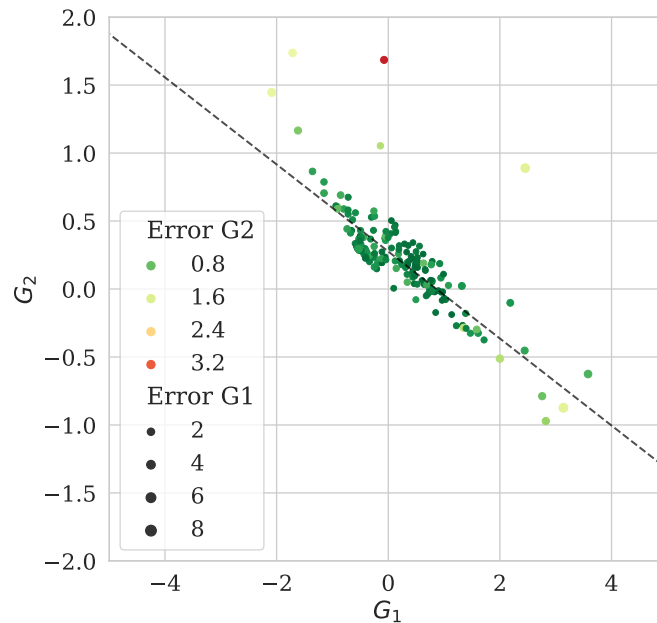


Figura 38: Gráfico  $G$  frente a  $H$ . El color de los puntos representa el número de observaciones.

### 3.5 Conclusiones de este capítulo

Para las conclusiones finales de nuestro trabajo, creemos que es útil analizar los puntos fuertes y débiles de los datos de Gaia DR2.

Utilizar únicamente los datos de Gaia en magnitud  $g$  puede ser útil como primera aproximación a los parámetros, pero no son muy fiables. El hecho de que estas observaciones no cubran pequeños ángulos de fase y que además presenten una notoria dispersión introduce errores en la determinación de los parámetros.

El atractivo del trabajo surge de la combinación de los datos de Gaia con las observaciones terrestres, ya que la determinación de los parámetros mejora considerablemente. Esto se debe a que, al utilizar ambos conjuntos de datos, obtenemos un muestreo más completo en el rango de ángulos de fase. Sin embargo, surgen algunos inconvenientes: 1) hay pocos asteroides con curvas de luz para un amplio rango de ángulos de fase. Esto se convierte en un problema importante cuando se combinan estos datos terrestres con una base de datos tan extensa como la *Gaia DR2*. 2) En algunos casos, aunque el asteroide tenga un buen número de observaciones desde la Tierra, la dispersión introducida por los datos de Gaia “perturba” el ajuste. 3) Unos pocos asteroides tienen clasificaciones espectrales (información de color V-R). Esto introduce errores al pasar la magnitud de Gaia  $g$  a  $V$  para combinarla con los datos terrestres. Realizando análisis como los presentados en este trabajo se pueden obtener resultados válidos para estudios físicos “estadísticos”, situando nuestros valores obtenidos en el nivel (2) de precisión propuesto por (Muinonen et al., 2010).

Como trabajo futuro, es interesante explorar la correlación de los parámetros  $G$ ,  $G1$  y  $G2$  con el albedo de los asteroides y la influencia que estos pueden tener para realizar la clasificación espectral. Por otro lado, con nuestro extenso catálogo de magnitudes absolutas  $H$  podemos estimar diámetros para miles de objetos y comparar nuestros resultados con la base de datos NEOWISE (Mainzer et al., 2014).

Otra posibilidad atractiva en el futuro de este trabajo es combinar diferentes bases de datos de asteroides, como ya han propuesto otros autores (Durech et al., 2018,0). Podemos unir datos procedentes del espacio (Gaia, K2, TESS, WISE (Wright et al., 2010)) con datos obtenidos desde la Tierra (VISTA, Pan-STARRS (Chambers & Pan-STARRS Team, 2018), Zwicky (Bellm, 2014), Tomo-e (Watanabe et al., 2016; Sako et al., 2018), Sloan (Gunn et al., 2006), observaciones propias). Como mencionamos



en la Sección 3, los datos de Gaia, K2 y TESS se complementan entre sí ya que observan el asteroide en diferentes posiciones de su órbita. De este modo, incluiremos tanto datos dispersos como curvas de luz densamente muestreadas, explotando al máximo toda la información de la que disponemos.

En resumen, demostramos la utilidad del análisis de datos discretos de magnitudes de asteroides publicados en un catálogo proveniente de un gran relevamiento. Mostramos que este tipo de datos son apropiados para obtener ciertos parámetros físicos, como la magnitud absoluta  $H$  y los parámetros de pendiente  $G$ ,  $G_1$  y  $G_2$ . Además, trabajar con grandes catálogos nos permite realizar análisis estadísticos para muestras más completas. Notamos, que el parámetro  $G$  medio está lejos de ser  $G=0.15$  como se suele asumir. *Gaia DR2* tiene sus fortalezas, como el gran número de objetos que posee. Pero, también presenta debilidades, ya que solo observa en ángulos de fase mayores a 10 grados y sus observaciones son en el filtro G que es similar a una observación sin filtro.

Es importante aclarar que este trabajo fue realizado y publicado en la revista *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (MNRAS) cuando el Gaia Data Release 3 aún no estaba disponible. A futuro, pretendemos actualizar esta base de datos con las nuevas observaciones. Sin embargo podemos decir, a priori, que incluir nuevos datos puede significar añadir dispersión a las curvas de fase. Además, no estaremos aumentando el rango de ángulos de fase porque todos los Data Release de Gaia tendrán información de  $\alpha > 10^\circ$ , debido al diseño de la misión. Si será interesante analizar aquellos asteroides que no fueron incluidos en *Gaia DR2*, aproximadamente  $\sim 10000$ .

## 4 Piedra: ajuste de curvas de fase de asteroides para el ecosistema Python

Como ya hemos mencionado, en la actualidad se están llevando a cabo numerosos relevamientos del cielo. Cientos de miles de asteroides son observados por estos telescopios, proporcionando una oportunidad única para estudiarlos. Esto plantea la oportunidad de caracterizar la curva de fase de un gran número de asteroides. Debemos estar preparados para aprovechar al máximo esta información. Un análisis importante con estos conjuntos de datos es el cálculo de la magnitud absoluta  $H$ , a partir de la cual podemos estimar diámetros. Además, los parámetros de pendiente de los diferentes modelos de curva de fase son una buena estimación del albedo de los asteroides y, aún más, pueden ayudar en la clasificación taxonómica (Shevchenko, 1996; Belskaya & Shevchenko, 2000; Carbognani et al., 2019).

En este contexto de “big data” para asteroides y luego del trabajo realizado con los datos de Gaia (Sección 3), decidimos formalizar el código utilizado en un paquete de Python: Piedra. Piedra permite el análisis de grandes cantidades de datos, y proporciona los parámetros del modelo de función de fase seleccionado que mejor se ajusta a las observaciones. Así, puede crear rápidamente catálogos de parámetros para grandes bases de datos y también ofrece la posibilidad de trabajar con datos de observaciones propias.

En la Sección 4.1 ofrecemos una breve descripción de los modelos de curva de fase que se pueden implementar con Piedra. Luego, en la Sección 4.2 explicaremos los detalles técnicos de este paquete. Para mostrar la utilidad de Piedra, en la Sección 4.3 comentaremos un problema de aplicación en troyanos de Júpiter. Finalmente, en la Sección 4.4, presentamos las conclusiones de todo este Capítulo.

### 4.1 Modelos de curvas de fase incluidos

Piedra incluye los modelos  $HG$  y  $HG_1G_2$  descritos en el Capítulo 3.1. Además, en este caso también implementamos el modelo de Shevchenko (Shevchenko, 1996).

$$V(\alpha) = H - \frac{a}{1 + \alpha} + b \cdot \alpha, \quad (18)$$

donde  $a$  caracteriza la amplitud del efecto de oposición,  $b$  es un parámetro que describe el término lineal de la relación fase-magnitud,  $\alpha$  es el ángulo de fase y  $H$  es la magnitud absoluta. Los parámetros  $a$  y  $b$  pueden estimarse mediante cuadrados mínimos lineales. De los tres modelos implementados es probablemente el menos popular. Sin embargo, es el más simple matemáticamente. Además, los parámetros de este modelo son los más fáciles de asociar con las propiedades físicas de los asteroides. Belskaya & Shevchenko (2000) propusieron que los parámetros de la función de fase ( $a, b$ ) de un asteroide se relacionan linealmente con su albedo geométrico.

### 4.2 Detalles técnicos del paquete Piedra

#### 4.2.1 Funcionalidades de usuario y ejemplo de aplicación

El paquete Piedra consta de 3 funciones principales para realizar el ajuste de las observaciones. Cada una de estas funciones corresponde a uno de los modelos mencionados en la sección 4.1. Estas funciones son:

- `HG_fit()`: ajusta el modelo  $H, G$  a las observaciones.
- `HG1G2_fit()`: ajusta el modelo  $H, G_1, G_2$  a las observaciones.
- `Shev_fit()`: ajusta el modelo Shevchenko's a las observaciones.

Todas estas funciones devuelven un objeto que llamamos `PyedraFitDataFrame`, que contiene los parámetros obtenidos tras el ajuste utilizando un formato análogo a un objeto “`DataFrame`” del paquete `Pandas` de Python. El método `plot()` de este objeto devuelve:

- gráfico de nuestras observaciones en el plano  $(\alpha, V)$  junto con el modelo ajustado.
- todos los gráficos proporcionados por el `DataFrame` de `Pandas`.

`Pyedra` también ofrece la posibilidad de añadir observaciones de `Gaia` a la muestra del usuario. Esto se hace utilizando

1. `load_gaia()` para leer los archivos que contienen observaciones `Gaia`.
2. `merge_obs()` para fusionar los datos del usuario y las tablas de `Gaia`.

El conjunto de datos resultante de `merge_obs()` puede utilizarse con las funciones de ajuste descritas anteriormente. Esto proporciona una característica muy interesante porque, en general, las observaciones desde tierra corresponden a ángulos de fase pequeños. En cambio, `Gaia` sólo observa ángulos de fase  $\alpha > 10^\circ$  ([Gaia Collaboration et al., 2018](#)). Ambos conjuntos de datos son complementarios, logrando así una cobertura más completa del espacio de ángulos de fase. Esto también conduce a una mejor determinación de los parámetros de la función de fase.

Como aplicación de uso simple mostramos cómo calcular los parámetros del modelo  $H, G$  y cómo representar gráficamente las observaciones con el ajuste obtenido usando el conjunto de datos de [Carbognani et al. \(2019\)](#). Este conjunto de datos se proporciona con `Pyedra` para que el usuario pueda probar las funcionalidades. Hemos decidido utilizar los datos de estos autores debido a que son observaciones densas, están disponibles para su uso, ya que la tabla fue publicada en el artículo, y proveen estimaciones para el error que serán de utilidad en la fase de garantía de calidad del software, tema que abordaremos más adelante en este capítulo. El gráfico correspondiente se muestra en la [Figura 39](#).

```
>>> import pyedra
>>> import pandas as pd
>>> import matplotlib.pyplot as plt

# load the data
>>> df = pyedra.datasets.load_carbognani2019()

# fit the data
>>> HG = pyedra.HG_fit(df)
   id      H  error_H      G  error_G      R
0   85  7.492423  0.070257  0.043400  0.035114  0.991422
1  208  9.153433  0.217270  0.219822  0.097057  0.899388
2  236  8.059719  0.202373  0.104392  0.094382  0.914150
3  306  8.816185  0.122374  0.306459  0.048506  0.970628
4  313  8.860208  0.098102  0.170928  0.044624  0.982924
5  338  8.465495  0.087252 -0.121937  0.048183  0.992949
6  522  8.992164  0.063690  0.120200  0.028878  0.991757
PyedraFitDataFrame - 7 rows x 6 columns

# take the mean value of H
>>> HG.H.mean()
>>> 8.54851801238607
```

```
# plot the data and the fit
>>> HG.plot(df=df, ax=None)
>>> plt.show()
<AxesSubplot: title={'center': 'Phase_curves'},
xlabel='Phase_angle', ylabel='V'>

# scatter plot of G vs H
>>> HG.plot(x='G', y='H', kind='scatter')
>>> plt.show()
<AxesSubplot: xlabel='G', ylabel='H'>
```

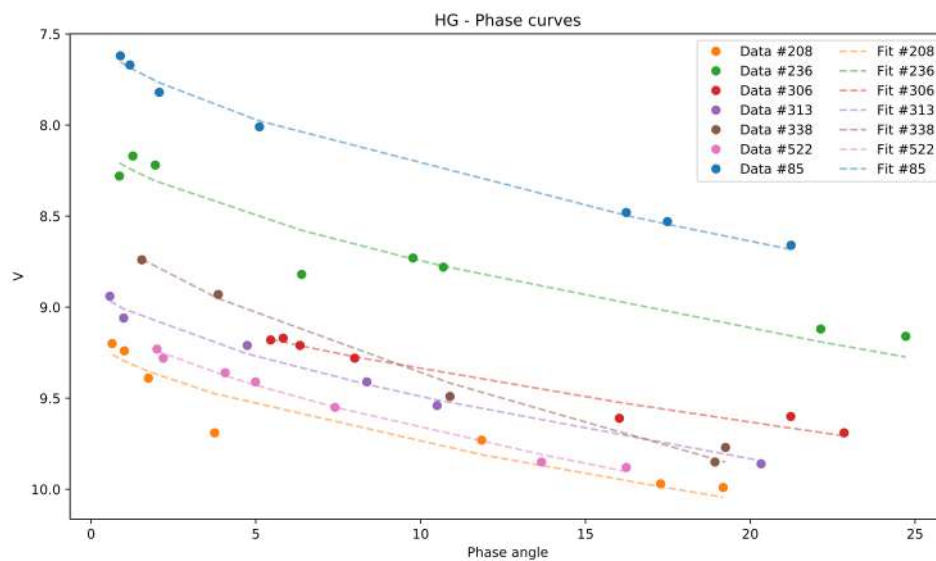


Figura 39: Ejemplo de la figura obtenida para el modelo  $H, G$ . Los puntos corresponden a las observaciones y las líneas de puntos al mejor ajuste. Los puntos del mismo color corresponden al mismo objeto.

### 4.2.2 Garantía de calidad

Pyedra es un paquete de Python. ¿Qué es Python? Es un lenguaje de programación interpretado, con su filosofía centrada en la legibilidad. Es multiparadigma, ya que soporta orientación a objetos, programación estructurada, metaprogramación y, en menor medida, programación funcional. En la programación orientada a objetos, cada objeto consta de un conjunto determinado de propiedades y métodos que puede realizar. En la programación funcional, las funciones pueden ser asignadas a variables, pueden ser argumentos y también pueden ser devueltas desde otras funciones. La programación imperativa consiste en conjuntos de instrucciones detalladas que se dan a la computadora para que las ejecute en un orden determinado. Por lo tanto, el hecho de que podamos optar por tanta variedad de paradigmas de programación, nos da mucha libertad a la hora de desarrollar un código. Es por esto que existen ciertas convenciones que nos ayudan a escribir códigos ordenados y (humanamente) legibles. Todas estas convenciones se agrupan en las PEPs (Python Enhancement Proposals). A pesar de que las PEPs proporcionan la información necesaria en cuanto a mantenibilidad, claridad, coherencia y también buenos hábitos de programación, no son una norma. Queda en manos del desarrollador/a si desea implementarlas o no. Sin embargo, si estamos escribiendo un código para cómputo científico que deseamos distribuir en la comunidad, debemos asegurarnos de que el mismo cumpla con ciertos criterios de garantía de calidad. La garantía de calidad

del software hace referencia al conjunto de normas y procedimientos que deben utilizarse para verificar que el software cumple determinados criterios. Los procedimientos más comunes para llevar a cabo esta tarea son *unit-testing* y *code-coverage*.

El objetivo de *unit-testing* es comprobar que cada uno de los componentes individuales del software funciona como se espera (Jazayeri, 2007). Es decir, aislamos una función de nuestro código y verificamos que funciona correctamente. En este paso, corroboramos que nuestros módulos estaban realizando los ajustes correctamente, aplicándolos a la base de datos de Carbognani et al. (2019) y comparando los errores obtenidos con los publicados por los autores. Por otro lado, la cobertura de código (*code-coverage*), es una medida de cuántas líneas de nuestro software han sido probadas (Miller & Maloney, 1963). De este modo, podemos identificar partes del código que no hemos verificado. En el paquete Pyedra proporcionamos cinco conjuntos de pruebas que evalúan diferentes secciones del código, alcanzando el 99 % de cobertura del código. Los conjuntos de pruebas están probados para las versiones 3.7, 3.8 y 3.9 de Python. También estamos interesados en la mantenibilidad de Pyedra, por lo tanto, hemos adoptado PEP 8 - Guía de Estilo para el Código Python (Van Rossum et al., 2001) de tal manera que nuestro proyecto cumple con el estándar actual de código y legibilidad. Para ello, utilizamos la herramienta *flake8*<sup>10</sup> que detecta automáticamente cualquier caso en el que no estemos respetando el estilo impuesto por PEP 8 así como errores de programación, tales como: “librería importada pero no utilizada”.

Otro concepto importante a la hora de desarrollar un software es el concepto de Integración Continua. A medida que vamos escribiendo código, y más aún si el proyecto tiene varios colaboradores, surge como necesidad corroborar frecuentemente la existencia de conflictos y minimizar su impacto. Lo ideal sería que diariamente constatemos que no estamos acumulando errores, para garantizar que los conflictos, en caso de suceder, se deban a pocos cambios y sean fáciles de corregir. Existen diversas herramientas que permiten realizar esto de manera automática. En el caso de Pyedra, todos los cambios y las nuevas versiones del paquete confirmados en el repositorio de GitHub se prueban automáticamente con los servicios de integración continua de Travis<sup>11, 12</sup>.

La documentación es una de las partes más importantes de nuestro código, ya que es el lugar donde se explican los detalles del mismo y cómo debe proceder el usuario para utilizarlo correctamente. La documentación de Pyedra se genera automáticamente a partir de los “docstrings” de Pyedra (son los comentarios que acompañan a cada módulo o función, y explican sus características más importantes) y se hace pública en la página *Read-the-docs* (un portal web gratuito que nos permite alojar la documentación de nuestro proyecto).

Todo el código fuente tiene licencia MIT. El autor, bajo esta licencia, mantiene la protección de los derechos de autor únicamente para la renuncia de garantía y para requerir la adecuada atribución de la autoría en trabajos derivados, pero permite la libre redistribución y modificación. Pyedra está disponible en un repositorio público y también está disponible para su instalación en el PythonPackage-Index (PyPI)<sup>13</sup>; y se encuentra registrado en la Astrophysics Source Code Library (ASCL.net, Grosbol & Tody, 2010).

### 4.2.3 Integración con el *scientific-stack* de Python

Python se ha convertido en un importante lenguaje de programación dentro de la comunidad astronómica (Stansby et al., 2020). Esto se debe principalmente a que es un lenguaje sencillo de usar, gratuito y versátil para manipular y visualizar datos (Faes, 2012).

Pyedra está construido sobre la “scientific-stack” de Python: *Pandas* (McKinney et al., 2010) ya que el objeto principal sobre el que opera Pyedra es un dataframe; *Scipy* (Virtanen et al., 2020) para

---

<sup>10</sup><https://flake8.pycqa.org/en/latest/>

<sup>11</sup><https://travis-ci.com/milicolazo/Pyedra>

<sup>12</sup><https://github.com/milicolazo/Pyedra/actions>

<sup>13</sup><https://pypi.org/project/Pyedra/>

interpolación de funciones y ajuste de optimización de mínimos cuadrados; *Numpy* (Walt et al., 2011) para manipular matrices; *Matplotlib* (Hunter, 2007) para la visualización de datos; y *attrs*<sup>14</sup> para facilitar la implementación de clases.

### 4.2.4 Breve comparación con otros paquetes similares

El principal objetivo de Pyedra es calcular los parámetros de diferentes modelos de función de fase para grandes y pequeños volúmenes de datos. El paquete *sppy*<sup>15</sup> (Mommert et al., 2019) ofrece la posibilidad de modelar curvas de fase. En esta subsección, evaluaremos las diferencias entre estos proyectos.

En cuanto a los modelos disponibles, *sppy* y Pyedra comparten el modelo HG y HG1G2. En el caso de *sppy*, también están disponibles los modelos H,G12 (original y la versión revisada por Penttilä et al.) y un modelo lineal. Aunque estos modelos no se consideraron en Pyedra (pero se implementarán en la próxima versión), hemos incluido el modelo de Shevchenko que no está presente en *sppy*.

*sppy* no proporciona la funcionalidad para estimar los parámetros del modelo de mejor ajuste como lo hace Pyedra, pero devuelve otras cantidades derivadas de estos parámetros. Además, Pyedra tiene una estimación de error para cada valor calculado, algo que no está presente en *sppy*.

Por último, la principal fortaleza de Pyedra frente a *sppy* es su sencillez de uso. Con *sppy* no hemos encontrado una forma rápida de obtener catálogos de parámetros de funciones de fase para bases de datos con un gran número de entradas. Con Pyedra, el usuario puede realizar esta tarea con solo escribir una línea de código. Lo mismo ocurre con las capacidades gráficas: dado que el trazado de funciones de fase es una de las características de Pyedra, una sola llamada a un método permite obtener una visualización de la función de fase. También vale la pena señalar que con Pyedra, no solo se pueden obtener fácilmente gráficos de curvas de fase, sino que también se dispone de herramientas de visualización de pandas que permiten un análisis más exhaustivo del catálogo resultante. Además, como Pyedra se basa en la manipulación de dataframes de Pandas, el catálogo de salida es sencillo de visualizar, modificar y realizar diferentes cálculos a partir de él.

## 4.3 Problema de aplicación en troyanos de Júpiter

A continuación, presentamos un trabajo de investigación en el cual utilizamos Pyedra para obtener los parámetros de curvas de fases de asteroides troyanos.

Los asteroides troyanos son objetos que orbitan en los puntos lagrangianos L4 y L5 de la órbita de un planeta, 60 grados por delante y por detrás del planeta, respectivamente. El presente trabajo se basa en los troyanos de Júpiter, dada su importancia para el estudio de la formación y evolución del Sistema Solar. Ciertamente, no se conoce bien el origen de estas nubes de asteroides. Una de las hipótesis, el modelo de Niza, predice que la población de troyanos se originó en el Sistema Solar exterior y fue capturada por Júpiter posteriormente (Morbidelli et al., 2005). Aunque, otra hipótesis sugiere que los troyanos de Júpiter proceden del cinturón principal (Marzari & Scholl, 2002). Por tanto, es importante conocer la composición de estos asteroides para determinar su origen.

Debido al creciente interés por estos objetos, se ha lanzado la misión Lucy (Olkin et al., 2021). Esta misión proporcionará información de las propiedades superficiales e internas de siete asteroides troyanos: (3548) Eurybates junto con su pequeño satélite Queta, (15094) Polymele, (11351) Leucus, (21900) Orus, (617) Patroclus y (617) Meneotius. En este trabajo (3548) Eurybates, (11351) Leucus, (21900) Orus y (617) Patroclus, se encuentran dentro de la muestra de troyanos que analizamos.

Además de las misiones dedicadas al estudio detallado de estos objetos, los extensos relevamientos observacionales son significativos para el análisis de las poblaciones de asteroides, ya que proporcionan

---

<sup>14</sup><https://www.attrs.org>

<sup>15</sup><https://sppy.org/>



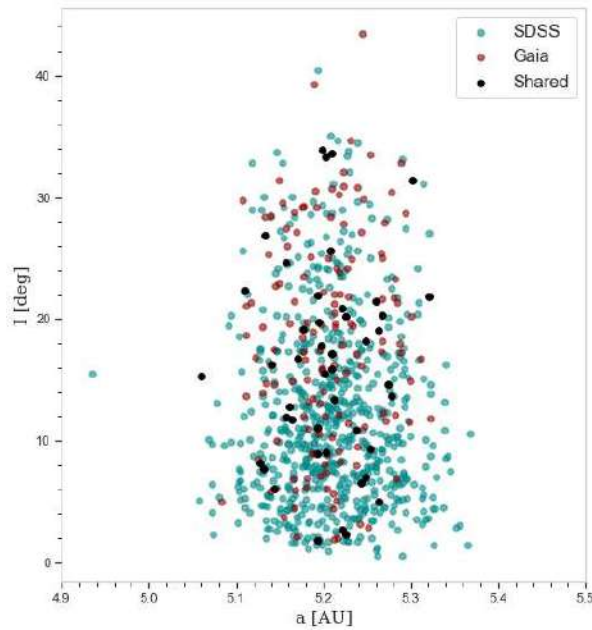


Figura 40: Troyanos de Júpiter en el plano del Semieje mayor,  $a$ , frente a la inclinación,  $I$ . La procedencia de los datos se diferencia por colores: los puntos que provienen del sondeo SDSS se representan en azul, los obtenidos del sondeo *Gaia* DR2 en rojo y DR3 en naranja. Los asteroides que tienen observaciones en los tres sondeos se representan en negro.

bases de datos cada vez más masivas. Como ya se ha mencionado, existen sondeos dedicados exclusivamente a recoger datos de asteroides. Sin embargo, también existen relevamientos cuyo objetivo principal no es la observación de asteroides, pero aún así los detectan. Para este trabajo, utilizamos tres de estos sondeos: *Gaia Data Release 2* (DR2), *Gaia Data Release 3* (DR3), y del *Moving Objects Catalog* del *SLOAN Digital Sky Survey* (SDSS MOC) que fueron descritos en el capítulo 1.6. El objetivo de este trabajo es obtener los parámetros de la función de fase para los troyanos de Júpiter utilizando datos de *Gaia* y *SDSS MOC*.

### 4.3.1 Conjunto de datos

Como ya se ha mencionado, en este trabajo obtenemos los datos de dos sondeos diferentes: *Gaia* y *SDSS MOC*. De *Gaia* DR2 tenemos información de 183 troyanos de Júpiter, de *Gaia* DR3 247 y del *SDSS MOC* tenemos 703 troyanos de Júpiter. Sin embargo, aunque el número de asteroides del *SDSS MOC* es mayor, el número de observaciones totales de *Gaia* DR2 y DR3 es mayor. Juntando los catálogos DR2 y DR3 hay 7 552 observaciones, mientras que *SDSS* tiene 1 055.

En la Fig. 40 mostramos los asteroides de ambos sondeos en el plano del semieje mayor frente a la inclinación. Los asteroides procedentes de *Gaia* se representan en rojo y naranja (DR2 y DR3, respectivamente), y los procedentes del catálogo *SDSS MOC* se muestran en azul. Además, presentamos en negro los troyanos de Júpiter que pueden encontrarse en los tres relevamientos: 14 asteroides (de la muestra total de 841 asteroides), con 515 observaciones, 493 de *Gaia* y 22 de *SDSS*.

Los datos de *Gaia* DR2 y DR3 se obtuvieron del *Gaia Archive*. El procedimiento para obtener  $g_{\text{red}}$  es el mismo que se aplicó en la Sección 3.2. Para este trabajo, al realizar la consulta a *JPL Horizons* se obtuvieron también los parámetros orbitales: semieje mayor  $a$ , inclinación  $I$  y excentricidad  $e$ .

Por otro lado, utilizamos la cuarta liberación de datos del *SDSS MOC*<sup>16</sup>, que contiene 220 101 obser-

<sup>16</sup><http://vo.imcce.fr/webservices/skybot/>



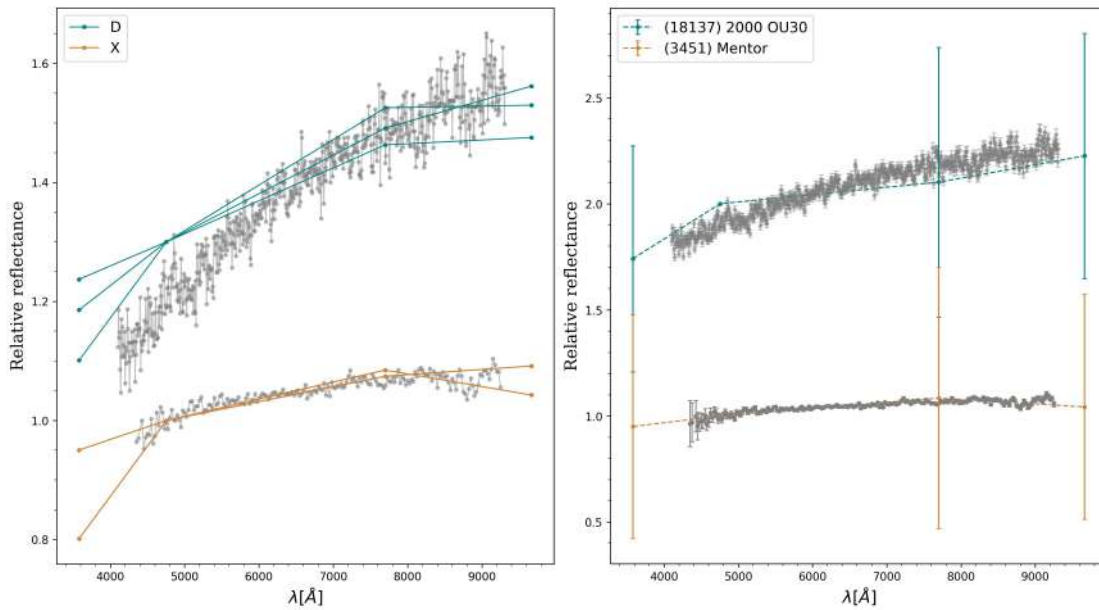


Figura 41: Fotespectros de troyanos de Júpiter obtenidos del *SDSS MOC* (valores discretos), comparados con espectros del mismo tipo taxonómico, obtenidos del *SMASS*

vaciones. En este catálogo hay información sobre las magnitudes  $u'$ ,  $g'$ ,  $r'$ ,  $i'$  y  $z'$ , distancias heliocéntrica,  $r$  y geocéntrica,  $\Delta$ , el ángulo de fase de la observación,  $\alpha$ , y los parámetros orbitales. De esta base de datos, eliminamos las observaciones repetidas y las que no coinciden con un asteroide conocido, así como las observaciones con valores de magnitud anómalos ( $\approx 100$ ). Además, hay algunas observaciones con falta de información, como las distancias o los parámetros orbitales, por lo que las completamos mediante una consulta a las efemérides de *JPL Horizons*. Las diferentes magnitudes se redujeron de forma similar a la magnitud gaia siguiendo la ecuación 15.

Se obtuvieron los fotespectros los troyanos presentes en el catálogo *SDSS MOC*. Para ello, calculamos las reflectancias relativas como en [Alvarez-Candal \(2013\)](#):

$$F(\lambda) = \{F_j\} = \{10^{-0.4[(H_j - H_g) - (j - g)_\odot]}\}, \quad (19)$$

donde  $j$  representa las magnitudes  $u$ ,  $r$ , y  $i$ , y  $\odot$  representa los colores solares. Utilizamos el filtro  $g$  como referencia. En la Figura 41 mostramos ejemplos de fotespectros de las clases taxonómicas X y D. Como es de esperar, los fotespectros de los asteroides tipos D, tienen una pronunciada pendiente hacia el rojo, y son prácticamente lineal (casi sin características espectrales). Por su lado, los fotespectros de asteroides X son planos. Además, comparamos los fotespectros obtenidos con espectros tomados por [Fornasier et al. \(2007\)](#) de (3451) Mentor (tipo D) y (18137) 2000 OU30 (tipo X). Podemos comprobar que con la aproximación fotométrica aplicada en este trabajo, hemos sido capaces de reproducir el comportamiento espectral de los asteroides satisfactoriamente. Sólo para el caso de los tipos D, obtenemos una pequeña diferencia en la reflectancia, pero que cae dentro de las barras de error.

### 4.3.2 Determinación de los parámetros utilizando Pyedra

Desde 2012, el sistema fotométrico adoptado por la Unión Astronómica Internacional (IAU, por sus siglas en inglés) para describir las curvas de fase es el sistema  $HG_1G_2$ , descrito por la ecuación 12. Sin embargo, esta función está diseñada para ajustarse a curvas de fase que contienen un gran número de observaciones precisas, ya que se busca precisión en el modelado del efecto de oposición. Esto no es

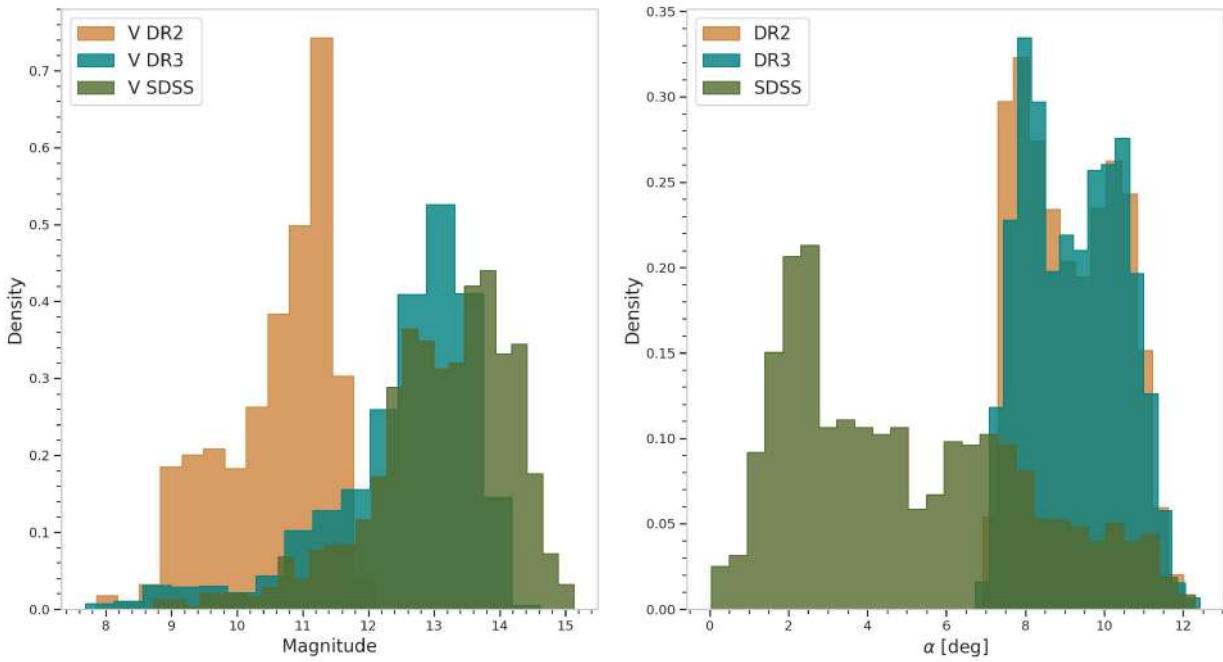


Figura 42: Izquierda: Distribución de densidad de la magnitud  $V$  de Johnson para los tres catálogos. Derecha: Distribución de ángulo de fase  $\alpha$  para los tres catálogos.

válido para nuestro caso, ya que trabajamos con datos dispersos. Por lo tanto, utilizamos el sistema HG descrito por la ecuación 8.

Para determinar los parámetros  $H$  y  $G$  a partir de la magnitud y el ángulo de fase, utilizamos Pyedra. Recordamos que este paquete de Python calcula los parámetros de la curva de fase a partir del ángulo  $\alpha$  y la magnitud reducida  $V$ . Por lo tanto, derivamos la magnitud  $V$  a partir de las magnitudes dadas en cada catálogo.

Para obtener la magnitud reducida  $V$  de *Gaia*, seguimos el mismo procedimiento que se utilizó en la Sección 3.4.2. En este caso, como estamos estudiando asteroides troyanos, asumimos que el color  $(V - R) = 0,45$  (Jewitt et al., 2017).

Por otro lado, para obtener la magnitud  $V$  a partir de los datos de SDSS, utilizamos una ecuación derivada de las ecuaciones de transformación mostradas en Jester et al. (2005). Esta ecuación depende de las magnitudes  $g'$  y  $r'$ , que están relacionadas con los filtros de *Sloan*, por lo que es importante evitar confusiones entre la magnitud  $g'$  y la magnitud  $g$  *Gaia*.

$$V = g' - 0,56 (g' - r'). \quad (20)$$

En la Figura 42 podemos ver las distribuciones de magnitudes  $V$  para cada catálogo. Aquí notamos que las observaciones de asteroides más brillantes provienen de *Gaia* DR2, mientras que los más débiles se encuentran en *SDSS MOC*.

### 4.3.3 Análisis de errores

En esta sección, analizamos el error obtenido en los parámetros  $H$  y  $G$  a partir de la implementación del paquete Pyedra. A continuación, filtrando los datos de error relativo (cociente entre el error y el valor del parámetro), hacemos un análisis de estos resultados.

Discutiremos la dependencia del error del parámetro  $H$ , dado por la implementación de Pyedra, con los datos de entrada. Estos errores proceden de la propagación de errores en la ecuación 8, después de

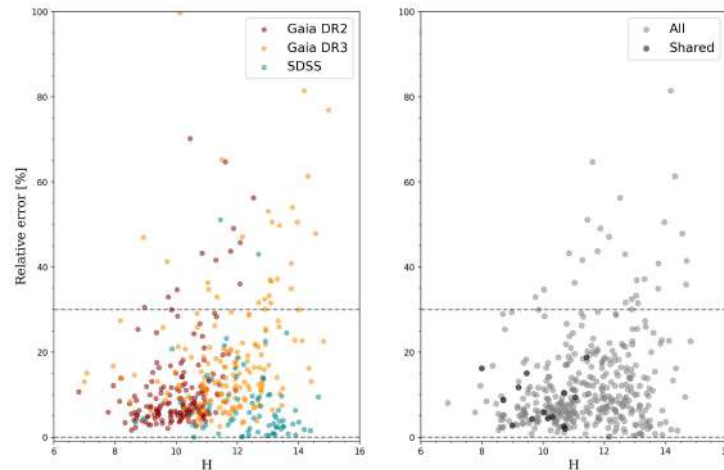


Figura 43: En estas figuras mostramos el error relativo del valor de  $H$  determinado, presentando en rojo los datos de *Gaia* DR2, amarillo *Gaia* DR3 y en azul los datos que provienen de *SDSS MOC*. Dibujamos también dos líneas discontinuas que representan el 0% y el 30% como orientación. En la figura de la izquierda mostramos los valores obtenidos para todos los asteroides troyanos de cada relevamiento, y en la figura de la derecha presentamos sólo los valores correspondientes a los asteroides comunes en los tres relevamientos contrastando con las determinaciones utilizando cada catálogo por separado.

determinar  $a_1$ ,  $a_2$  y sus respectivos errores utilizando el método estándar de mínimos cuadrados.

En la Fig. 43 mostramos los errores relativos obtenidos para las determinaciones de  $H$ , diferenciando entre relevamientos. La figura de la izquierda presenta los datos para todos los asteroides troyanos, mientras que la de la derecha muestra sólo los datos para los asteroides con observaciones en ambos relevamientos. De la primera, hay 23 de un total de 183 determinaciones de los datos de *Gaia* DR2 con un error relativo superior al 30% del valor  $H$  ajustado, 102 de un total de 247 en el caso de *Gaia* DR3 y 145 de un total de 217 determinaciones de los datos de *SDSS*. La mayoría de los datos del *SDSS* sólo tienen dos observaciones por asteroide, y esa es la razón por la cual el error calculado es infinito, por lo que no aparecen en la Fig. 43.

Al combinar los tres relevamientos, hay algunos asteroides cuya determinación en  $H$  mejora, ya que hay 206 de 575 determinaciones con un error relativo superior al 30 por ciento, mientras que por separado hay 168. Además, ningún troyano que tenga observaciones en los tres catálogos presenta un error relativo superior al 30 por ciento, como podemos ver en la Fig. 43.

Podemos concluir que combinar estos catálogos, es una excelente alternativa ya que obtendremos más observaciones para cada asteroide, lo que mejora la determinación del valor de  $H$ . Esto sucede porque al utilizar datos de ambos relevamientos, conseguimos un mejor muestreo del rango de ángulos de fase. La mayoría de los datos del *SDSS* son en ángulos de fase pequeños, mientras que los datos de *Gaia* son para ángulos de fase  $> 10^\circ$  (ver Fig. 42).

Desde aquí, vamos a eliminar aquellas determinaciones que tengan un error relativo superior al 30% del valor  $H$  ajustado. Esto no afecta a los datos combinados, como acabamos de ver, sino a los individuales.

### 4.3.4 Análisis de los resultados

En primer lugar, para comprobar nuestros resultados, compararemos los parámetros  $H$  y  $G$ , obtenidos a partir del paquete Pyedra tras combinar ambos relevamientos (*Gaia* y *Sloan*), con los encontrados en la

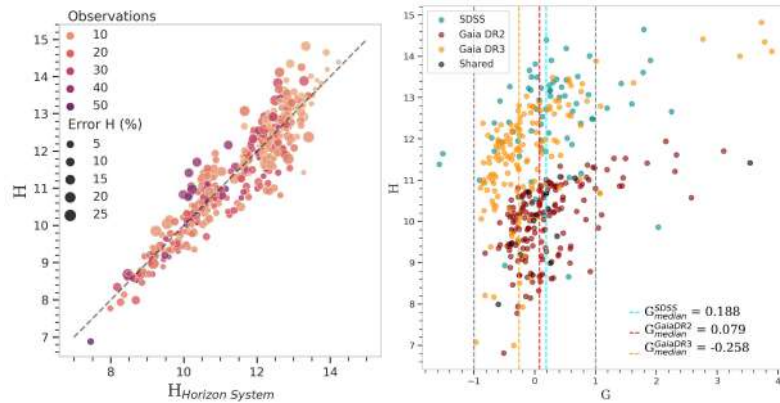


Figura 44: Izquierda: Comparación entre el parámetro  $H$  obtenido en este trabajo y los valores publicados en la base de datos *JPL Horizons System* para todos los asteroides troyanos de los sondeos *Gaia* y *SDSS MOC* combinados. Como indica la leyenda, el color representa el número de observaciones y el tamaño del punto representa el error relativo. La línea discontinua corresponde a la función de identidad. Derecha: Representación de  $H$  frente a  $G$ . El color de los puntos indica la fuente de los datos: el *SDSS MOC* se representa en azul, *Gaia DR2* en rojo, *Gaia DR3* en amarillo y los puntos negros representan los datos que provienen del sondeo combinado. También hemos representado el valor mediano de  $G$  para cada sondeo mediante líneas discontinuas verticales.

base de datos de *JPL Horizons*<sup>17</sup>. En la Fig. 44 comparamos la magnitud absoluta,  $H$ , determinada en este trabajo, con los valores de los parámetros  $H$  obtenidos de la base de datos *JPL Horizons System* el 3 de abril de 2023. Representamos el número de observaciones para cada asteroide mediante el color del punto, mientras que el tamaño representa el error relativo del parámetro  $H$  obtenido. Además, la línea discontinua indica la línea de coincidencia, es decir, ambos valores de  $H$  serán más similares cuanto más cerca de esa línea se encuentre el punto. Entonces, los valores determinados y los valores publicados pueden considerarse similares, ya que se aproximan a la línea de coincidencia.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que hay un grupo de asteroides con un valor más alto del parámetro  $H$  y menos observaciones, que probablemente sólo forman parte de los datos del *SDSS MOC*. Además, observando la Fig. 44, donde mostramos los valores de  $H$  determinados para cada asteroide sin combinar relevamientos, podemos comprobarlo, viendo que los valores más altos de  $H$  corresponden a los datos de *SDSS MOC*, representados en azul. De hecho, teniendo en cuenta que con los datos de *Gaia* se obtienen valores más bajos de  $H$ , encontramos una limitación en la combinación de diferentes conjuntos de datos, ya que aquellos asteroides con mayor magnitud quedan fuera de nuestra muestra combinada.

Además, en la Fig. 44 podemos ver que los datos se agrupan en torno a  $G = 0$ , y hay pocos puntos que tengan un valor de  $G$  mayor que 1. También hemos determinado el valor medio del parámetro  $G$  para cada sondeo, obteniendo que la media de  $G$  para los datos de *Gaia* es un 58 % menor que para los datos de *SDSS MOC*. Nuevamente, esto se relaciona con la pobre determinación de parámetros que podemos realizar para asteroides troyanos utilizando sólo observaciones de *SDSS MOC*, que son escasas. Sin embargo, si miramos la mediana de  $G$  calculada a partir de datos pertenecientes a *Gaia DR3* notamos que es muy baja en comparación al resto. Explorando las observaciones en detalle, es posible ver que el parámetro  $G$  se determina con errores relativos mayores al 100 % en su mayoría. Esto es debido a la gran dispersión que presentan los puntos.

<sup>17</sup><https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>

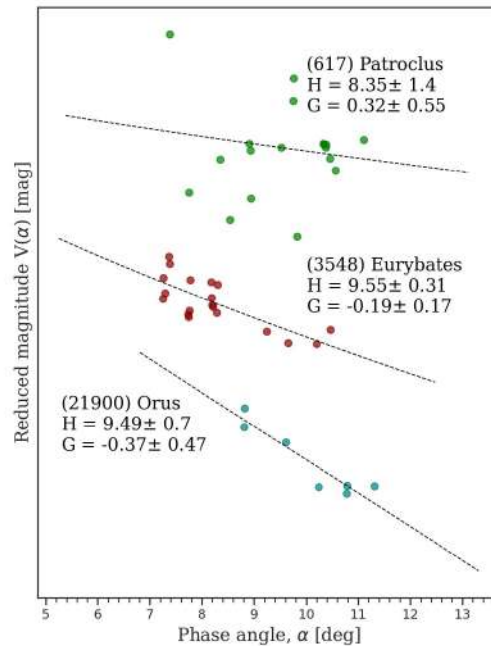


Figura 45: Curvas de fase correspondientes a los troyanos que serán visitados por la misión Lucy. Datos provenientes de *Gaia DR2*.

#### 4.3.5 Curvas de fase obtenidas

En esta sección presentaremos las curvas de fase obtenidas. Resulta de particular interés, conocer las curvas de fase de los asteroides que serán visitados por la misión Lucy. Estos objetos se encuentran solamente en el catálogo Gaia DR2. A su vez, pudimos obtener ajustes únicamente para Eurybates, Orus y Patroclus. Los mismos se muestran en la Figura 45. Las curvas están desplazadas en el eje vertical para mayor claridad. En el caso de Eurybates y Patroclus obtenemos ajustes satisfactorios a pesar de la dispersión en los datos y de que el rango de ángulos de fase cubierto por los datos es pequeño. Los valores de  $H$  que proporciona el JPL Horizons para estos asteroides son:  $H = 8,35$  (Patroclus) y  $H = 9,82$  (Eurybates), en concordancia con nuestros datos y sus correspondientes intervalos de incertidumbre.

Para Orus, sin embargo, el valor hallado está subestimado con el publicado en JPL Horizons que es  $H = 10,07$ . Como vemos en la figura, el rango de ángulos de fase de las observaciones de Orus es incluso menor que el de los otros dos objetos. Sin embargo, mostramos un ejemplo de cómo pueden mejorar la determinación de los parámetros si se combinan los datos de Gaia con observaciones planificadas desde Tierra. En este caso, pudimos obtener observaciones para ángulos de fase más pequeños y filtramos los datos para quedarnos sólo con los puntos correspondientes a los máximos de la curva de luz (o un aproximado, en el caso de Gaia). Así obtenemos un valor más cercano al publicado en JPL Horizons de  $H = 10,26$  (ver Fig. 46). Por otro lado, es interesante notar que el asteroide Patroclus presenta una gran dispersión en sus datos, más aún en comparación con los otros objetos. Cabe recordar que este asteroide se encuentra en un sistema binario, por lo cual podemos asumir que la gran dispersión es ocasionada por su compañero. La identificación de este tipo de casos en grandes bases de datos de asteroides, puede ser una poderosa herramienta para detectar objetos binarios o activos. Un ejemplo es el trabajo de [Carvajal & Muñoz-Cuartas \(2023\)](#), en el que también utilizan Pyedra para la construcción de las curvas de fase.

A modo de ejemplo, presentamos también las curvas de fase obtenidas para los datos combinados

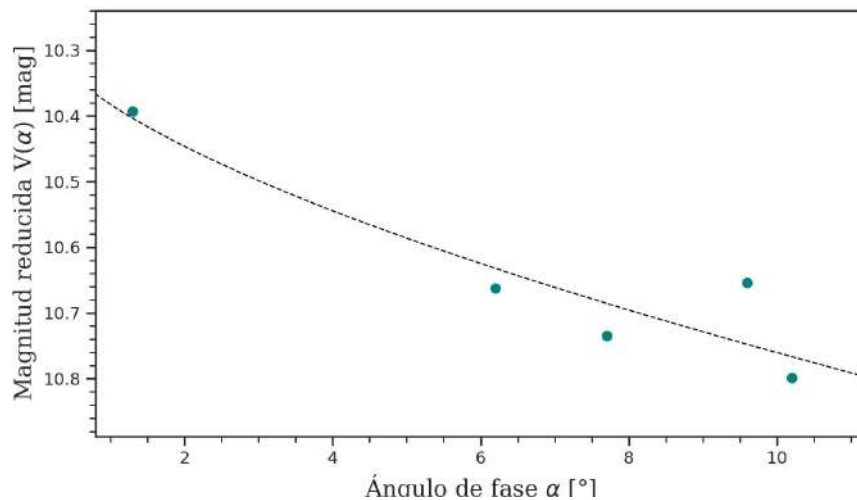


Figura 46: Curva de fase de Orus combinando datos de tierra y de gaia, filtrados por curva de luz.

(Fig. 47. Aquí vemos que las curvas de fase de troyanos siguen un patrón mayormente lineal, sin un efecto de oposición marcado, como se observa en otros asteroides de bajo albedo. Esto concuerda con lo obtenido por otros autores (Slyusarev et al., 2012; Shevchenko et al., 2012). También es notable la dispersión que introducen los datos de Gaia. Si bien los datos del SDSS aportan información para ángulos de fase pequeños, la cantidad de observaciones es escasa. Por otro lado, notamos que sería bueno incluir un tercer relevamiento que cubra los ángulos de fase intermedios. Sin embargo, a pesar de las limitaciones que presentan los datos, nuevamente se obtienen determinaciones de  $H$  satisfactorias. Los valores publicados en el *JPL Horizons System* para estos objetos son:  $H = 9,08$  (Phereclos),  $H = 10,66$  (Eurymedon) y  $H = 10,28$  (Lykaon).

Finalmente, si analizamos las distribuciones de  $H$  y  $G$  diferenciando entre las nubes L4 y L5, no se observa ninguna característica distintiva (Fig. 48. Para las distribuciones de  $H$  y  $G$  de cada punto lagrangiano, realizamos un K-S test para corroborar esta afirmación planteando como hipótesis nula que ambas muestras provienen de la misma distribución. El K-S test para la distribución de  $H$  arroja un *valor - p* = 0,88, para la distribución de  $G$  es *valor - p* = 0,75. Por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula con un valor de confianza del 95 %. Dado que las magnitudes absolutas en ambas nubes no difiere, podemos asumir que la distribución de tamaños también es similar.

#### 4.4 Conclusiones de este capítulo

En este capítulo, presentamos Pyedra (Colazo et al., 2022a), una implementación de Python para el ajuste de curvas de fase de asteroides. Este paquete permite al usuario ajustar tres modelos diferentes de funciones de fase a partir de una tabla de entrada con el número MPC del asteroide, los valores de ángulo de fase y magnitud.

Pyedra es adecuado para el análisis de conjuntos de datos densos de uno o más asteroides, así como de grandes volúmenes de observaciones de cualquier publicación de datos públicos de grandes relevamientos. En consecuencia, Pyedra es una herramienta que permitirá crear catálogos de parámetros de modelos de curvas de fase para cientos de miles de asteroides.

Pyedra también ofrece la posibilidad de producir numerosos gráficos de visualización. No solo puede producir un gráfico de las funciones de fase, sino que pone a disposición todos los gráficos ofrecidos por los objetos *DataFrame* de Pandas, como histogramas, “scatterplots”, gráficos de barra, entre otros. De esta forma, proporcionamos la posibilidad de un análisis completo de los resultados obtenidos.



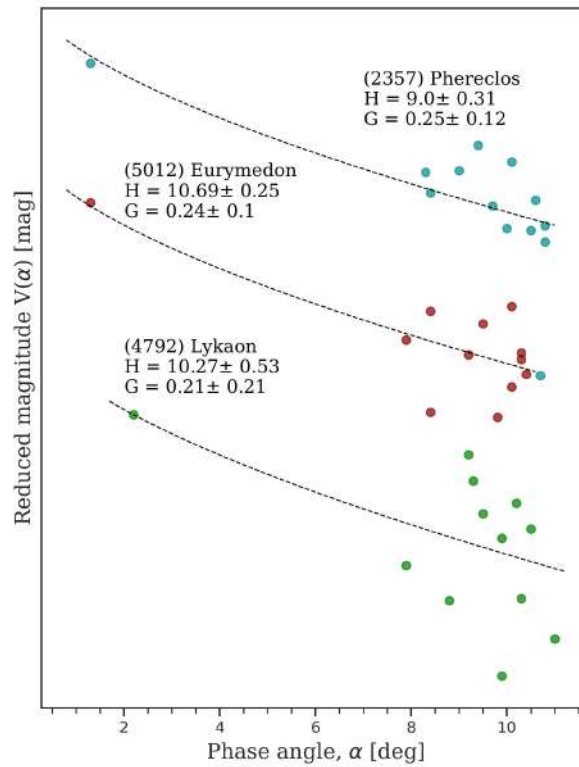


Figura 47: Curvas de fases de troyanos con datos combinados de Gaia y SDSS.

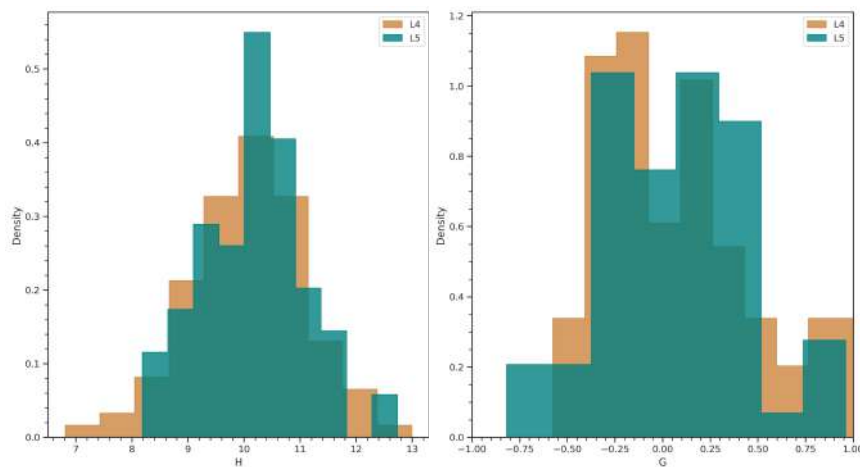


Figura 48: Izquierda: distribuciones de  $H$  para ambos puntos lagrangianos. Derecha: distribuciones de  $G$  para ambos puntos lagrangianos.

Con respecto al análisis de asteroides troyanos utilizando Pyedra, podemos concluir que el software ha arrojado valores de parámetros consistentes con los publicados por el *JPL Horizons System*. Así mismo, los datos dispersos de grandes relevamientos son una buena herramienta para obtener estimaciones de  $H$  y  $G$  para aplicar en análisis estadísticos.

Los fotospectros de troyanos tipo D y X obtenidos utilizando datos de *SDSS MOC* también suponen una excelente herramienta para el estudio de características espectrales generales de una muestra de miles de asteroides. Los fotospectros determinados mostraron una marcada coincidencia con sus análogos obtenidos con datos densos. Sin embargo, si se desea investigar una banda de absorción específica, es necesario recurrir a un espectro denso, ya que en esta aproximación fotométrica estamos viendo en flujo



integrado en rangos amplios de longitudes de onda. De todas maneras, con los fotospectros hemos sido capaces de distinguir los asteroides tipo D de los asteroides tipo X. Es importante poder diferenciar entre tipos taxonómicos, ya que diferente clasificación taxonómica implica diferente composición mineralógica. Esto a su vez puede estar relacionado con el origen de los objetos, con lo cual este tipo de estudios es de suma importancia para el análisis de familias dinámicas dentro de la población de troyanos y para la investigación acerca de su origen.

La combinación de los datos de *Gaia* DR2 y DR3 ofrece un gran número de observaciones, superando ampliamente al *SDSS MOC*. Sin embargo, el *SDSS MOC* posee observaciones de mayor número de asteroides, además de sus 5 filtros que permiten análisis de distribución de colores y fotospectros, entre otros. Con respecto a la cobertura de ángulos de fase, *Gaia* presenta la desventaja de cubrir únicamente valores de  $\alpha > 10^\circ$ , mientras que *SDSS MOC* tiene una cobertura más amplia.

En este sentido, hemos notado que al combinar datos de *Gaia* con *SDSS MOC*, no cubrimos el rango de ángulos de fase  $\sim 3^\circ$  a  $\sim 7^\circ$ . Esto es una desventaja al trabajar con grandes relevamientos, ya que debemos operar con los datos que se encuentran disponibles, y es posible que el conjunto de observaciones no cumpla con ciertos requisitos que quizás necesitamos para nuestro análisis.

Sin embargo, presentamos cómo mejoran los ajustes de curvas de fase si añadimos observaciones planificadas y densas realizadas desde Tierra. Aquí es importante contrastar que, realizando observaciones propias, conllevaría una gran cantidad de tiempo lograr curvas densas para 300 troyanos. Entonces, es interesante poder sacar provecho de los datos que tenemos disponibles en los catálogos de relevamientos. Podemos por ejemplo, construir las curvas de fase a partir de ellos, estudiar sus falencias y contrarrestarlas con con observaciones planificadas.

Para resumir, creamos un código para lectura de datos provenientes de uno o varios catálogos, capaz de extraer parámetros físicos de los asteroides observados. Fue utilizado para estudiar un caso particular como es el de los troyanos de Júpiter, uniendo dos catálogos (*Gaia* y *SDSS MOC*). Además, como parte del análisis, comparamos los datos de cada uno de ellos ya que tienen diferentes características (intervalos de observación, filtros, números de objetos, rangos de ángulos de fase, entre otros). Se identificaron los asteroides en común y se extrajeron mejores conclusiones en el caso de observaciones combinadas. Más aún, la calidad podría ser incluso mejor si añadimos observaciones densas que cubran regiones de ángulos de fase faltantes, de ciertos cuerpos en particular. La idea principal de este capítulo fue la presentación de Pyedra, y su alto potencial para el estudio de curvas de fase de asteroides en catálogos tanto densos como dispersos.

## 5 Clasificación taxonómica utilizando datos derivados de SLOAN y Machine Learning

En el Capítulo anterior, estudiamos la construcción de curvas de fase a partir de la combinación de datos de *Gaia* DR2, DR3 y el *SDSS MOC*. Aprovechamos la oportunidad para analizar las ventajas y desventajas que presenta cada catálogo. Una de las características más destacables del *SDSS MOC* es su variedad de filtros. Numerosos trabajos han explotado esta particularidad, por ejemplo: [Roig et al. \(2008\)](#); [Assandri & Gil-Hutton \(2008\)](#); [Gil-Hutton & Brunini \(2008\)](#); [Solontoi et al. \(2010\)](#); [Ofek \(2012\)](#); [Alvarez-Candal \(2013\)](#).

Un tipo de análisis que se puede llevar a cabo gracias a las observaciones de cinco filtros que ofrece Sloan es el análisis taxonómico de los asteroides. La motivación de este tipo de investigación es explicar la composición inicial de los asteroides a lo largo del Sistema Solar ([DeMeo et al., 2015](#)). Como mencionamos en el Capítulo 1.5, La clasificación taxonómica es una aproximación a la mineralogía del objeto y, en consecuencia, a su espectro. A lo largo de los años, a medida que cada relevamiento proporcionaba información en diferentes longitudes de onda, se han desarrollado varias clasificaciones taxonómicas, desde [Tholen \(1984\)](#) hasta [DeMeo et al. \(2009\)](#), que adoptaban más de 20 tipos taxonómicos. Sin embargo, podemos determinar que los más importantes son: el complejo C, el complejo S, el complejo X y el complejo V. Estos grupos son los más numerosos y otros grupos taxonómicos suelen estar incluidos dentro de ellos, dependiendo del sistema taxonómico que estemos observando. Intentos anteriores de clasificación taxonómica utilizando datos de *SDSS MOC* incluyen [Carvano et al. \(2010\)](#) y [Sergeyev & Carry \(2021\)](#), que utilizaron métodos probabilísticos para asignar la taxonomía, mientras que [Huang et al. \(2016\)](#) y [Roh et al. \(2022\)](#) utilizaron técnicas de aprendizaje automático. En general, en los trabajos se utilizan las medias de los colores a lo largo de distintos ángulos de fase para realizar la asignación de grupos taxonómicos.

En [Alvarez-Candal et al. \(2022a, AC22\)](#), los autores calcularon las magnitudes absolutas en todos los filtros para los objetos del *SDSS MOC* (para más detalles, véase AC22). Optaron por el modelo  $HG_{12}^*$  para obtener  $H$  y  $G_{12}^*$  que es una adaptación del modelo HG1G2 (ver Ecuación 12) para datos dispersos. Obtuvieron parámetros de curvas de fase para casi 14 000 objetos, aproximadamente el 85 % del catálogo total.

En la Fig. 16 de AC22 se muestra cómo difiere el color medio de un asteroide con el corregido por ángulo de fase (es decir, el color absoluto). Claramente, esto puede repercutir en la clasificación taxonómica de los objetos. Por ello, en este trabajo estudiaremos la clasificación taxonómica basada en magnitudes absolutas obtenidas en diferentes filtros. Esta idea parte del hecho de que el tipo taxonómico de un asteroide puede ser erróneo si los colores aplicados se ven afectados por efectos de ángulo de fase. Consideramos que una clasificación basada en magnitudes absolutas representa una mejora en las clasificaciones taxonómicas. Además, utilizamos herramientas de aprendizaje automático (ML, por sus siglas en inglés) para el análisis. Es bien sabido que este tipo de técnica ha demostrado ser muy eficiente en los últimos años, y es (y será) seguramente uno de los métodos más frecuentemente aplicados en la era de los grandes estudios observacionales.

En el capítulo 5.1, presentamos las bases de datos utilizadas para el presente trabajo. En el capítulo 5.2, introducimos los conceptos básicos de aprendizaje automático, las herramientas utilizadas, los resultados obtenidos de la taxonomía y nuestro análisis correspondiente. En el capítulo 5.3, presentamos una discusión sobre la anticorrelación entre el color absoluto y los coeficientes de fase relativos. Finalmente, en el capítulo 5.4 exponemos las conclusiones de este trabajo.

### 5.1 Conjunto de datos

Utilizamos las magnitudes absolutas calculadas por AC22 a partir del catálogo *SDSS MOC*. Los autores estimaron las magnitudes absolutas de los objetos en los cinco filtros Sloan ( $u'$ ,  $g'$ ,  $r'$ ,  $i'$  y  $z'$ ) utilizando el modelo fotométrico  $HG_{12}^*$ , aplicando un método que combina simulaciones Monte Carlo e inferencia bayesiana para incluir el efecto de las variaciones rotacionales. El catálogo final contiene magnitudes absolutas para casi 15 000 objetos, de los cuales unos 12 000 incluyen los cinco filtros.

Por otro lado, utilizamos la clasificación taxonómica de [Carvano et al. \(2010, C10\)](#) para comparar nuestros resultados, ya que está basada en SDSS y es una de las más aceptadas en la comunidad científica. Sin embargo, los autores observaron que varios asteroides con múltiples observaciones da lugar a una clasificación ambigua. Más aún, postulan que la clasificación taxonómica construida a partir de las observaciones de asteroides del *SDSS MOC* muestra una clara dependencia del ángulo de fase de las observaciones ([Carvano & Davalos, 2015](#)). Además, [Sanchez et al. \(2012\)](#) luego de analizar una muestra de espectros de NEAs, también concluyen que el enrojecimiento de fase podría conducir a una clasificación taxonómica ambigua. Decidimos abordar este problema utilizando magnitudes absolutas que están desafectadas por la variación de color por ángulo de fase.

Utilizamos un primer conjunto de datos de 5 168 asteroides para un análisis preliminar y la exploración del espacio de fase. Seleccionamos estos objetos basándonos en lo siguiente 1) mantuvimos solo los asteroides con  $H$  en los cinco filtros Sloan; 2) eliminamos aquellos objetos con clasificación ambigua según C10; y 3) mantuvimos los objetos con incertidumbres  $< 0,4$  mag, ya que en los cálculos preliminares observamos que aquellos asteroides cuyas incertidumbres de magnitud absoluta superan los 0,4 mag pueden dar lugar a clasificaciones taxonómicas poco fiables. Es importante aclarar que, como se explica en el próximo capítulo, para ejecutar el algoritmo de aprendizaje automático, utilizamos una muestra mayor de 9 481 asteroides que tienen observaciones en magnitudes  $H_g$ ,  $H_i$  y  $H_z$ , y ninguna clasificación ambigua según C10. A lo largo de este trabajo, utilizamos  $u$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $i$  y  $z$  para referirnos a las magnitudes Sloan aparentes y  $H_u$ ,  $H_g$ ,  $H_r$ ,  $H_i$  y  $H_z$  para referirnos a las magnitudes absolutas calculadas por AC22.

### 5.2 Aprendizaje automático no supervisado

El aprendizaje automático es una rama de la informática que intenta crear algoritmos capaces de aprender sobre un problema concreto a partir de un conjunto de datos sin necesidad de programación específica. Diferentes estudios de asteroides utilizan herramientas de Aprendizaje Automático; por ejemplo, [Carruba et al. \(2019\)](#), [Cambioni et al. \(2019\)](#), [Penttilä et al. \(2021\)](#), [Carruba et al. \(2021\)](#), [de la Fuente Marcos & de la Fuente Marcos \(2021\)](#). [Carruba et al. \(2021\)](#) presentan una excelente revisión del tema.

Como comentamos en el Capítulo 1.6, los algoritmos de aprendizaje automático se clasifican según múltiples criterios. El más común es el que los divide en algoritmos supervisados y no supervisados. Para el presente trabajo, nos centramos en el segundo grupo. Los algoritmos no supervisados parten de un conjunto de datos sin etiquetar. El objetivo de estos algoritmos es analizar el conjunto de datos de entrenamiento y extraer información relevante. El método que aplicamos para nuestro análisis es el de *clustering*.

#### 5.2.1 Exploración del espacio de parámetros

Nuestro primer paso consiste en determinar los parámetros que mejor describen el conjunto de observaciones. El objetivo es encontrar dos variables que proporcionen una buena división de la muestra en subgrupos, para identificar los distintos grupos. Calculamos los colores  $(H_i - H_j)$  utilizando los cinco filtros *SDSS MOC*. A continuación, aplicamos *whitening* para analizar las relaciones entre ellos. Una

variable “white”  $X_w$  se define como

$$X_w = \frac{X - \bar{X}}{\sigma_X},$$

donde  $\bar{X}$  es la media de la variable original y  $\sigma_X$  es su desviación estándar original. Por construcción, una variable *white* es adimensional con un valor medio de cero y una desviación estándar igual a uno. En la práctica, se recomienda realizar este procedimiento, ya que simplifica enormemente el análisis de datos, tanto desde el punto de vista computacional como estadístico (Kessy et al., 2018). En la Fig. 49 visualizamos las correlaciones obtenidas, incluyendo los cinco colores con *whitening*. La figura muestra que los parámetros que mejor separan la muestra son los colores  $(H_g - H_i)_w$  frente a  $(H_i - H_z)_w$ . La figura 50 muestra la distribución de puntos resultante. En el eje x, se distinguen bien los cúmulos correspondientes a los complejos C y S. En el eje y, se distingue la división de los asteroides del complejo V. Originalmente, también incluimos el albedo blanqueado  $p_w$ , pero no aportó ninguna información adicional; por lo tanto, lo eliminamos del análisis y de la Fig. 49.

Muchos autores (Ivezić et al., 2001; Bus & Binzel, 2002; Roig & Gil-Hutton, 2006; DeMeo et al., 2009) aplicaron Análisis de Componentes Principales (PCA, por sus siglas en inglés) para obtener un parámetro de color conocido como  $a^*$ . Para obtenerlo, se aplica PCA al espacio  $g - r$  frente a  $r - i$ , donde  $a^*$  es el primer componente. Calculamos  $a^*$  y visualizamos el espacio  $a_w^*$  frente a  $(H_i - H_z)_w$  para comparar las distribuciones obtenidas. Observamos que la distribución obtenida es muy similar a la de la Fig. 50. Una forma más directa de observar esta correspondencia entre gráficas es observar la relación entre los parámetros  $a_w^*$  y  $(H_g - H_i)_w$  en la Fig. 51. El coeficiente de correlación entre ambos parámetros es de 0,942.

Para calcular  $a_w^*$  y representarlo gráficamente frente a  $(H_g - H_i)_w$ , necesitamos conocer cuatro magnitudes del objeto ( $H_g, H_r, H_i$  y  $H_z$ ) y aplicar un método de aprendizaje automático no supervisado (PCA). Sin embargo, si utilizamos el espacio  $(H_g - H_i)_w$  frente a  $(H_i - H_z)_w$ , solo necesitamos tres magnitudes ( $H_g, H_i$  y  $H_z$ ) y ningún cálculo adicional. Por lo tanto, decidimos aplicar nuestro análisis al espacio  $(H_g - H_i)_w$  frente a  $(H_i - H_z)_w$ . Utilizar el menor número posible de magnitudes nos permite trabajar con muestras más grandes porque, en el catálogo AC22, hay objetos a los que les falta  $H$  en algunos filtros.

Tras esta exploración preliminar del espacio de fases, dejaremos de utilizar la muestra de 5168 asteroides. En adelante, utilizaremos una muestra de 9481 objetos formada por 1) asteroides que han medido  $H_g, H_i$  y  $H_z$ ; 2) no tienen una clasificación ambigua según C10.

### 5.2.2 Clasificación taxonómica

Como ya se ha mencionado, el *clustering* es un algoritmo de aprendizaje automático no supervisado. Divide los datos dados en diferentes grupos basándose en sus distancias. Identificamos dos métodos diferentes de *clustering*:

- *Hard Clustering*: cada dato pertenece a un grupo o no. Por ejemplo, el algoritmo K-means.
- *Soft clustering*: un dato puede pertenecer a más de un grupo con algún valor de probabilidad o likelihood, por ejemplo, fuzzy C-means.

Dado que tenemos datos superpuestos, es más conveniente aplicar fuzzy C-means. Presentamos los resultados obtenidos utilizando `skfuzzy.cmeans` de Scikit-Fuzzy (10.5281/zenodo.3541386), una implementación de python. Para una descripción detallada del algoritmo, véase Ross (2009). No obstante, presentamos aquí un resumen muy breve. Supongamos que tenemos un conjunto de  $n$  muestras de datos (en este caso  $n = 9481$ ):

$$X = \{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n\}. \quad (21)$$

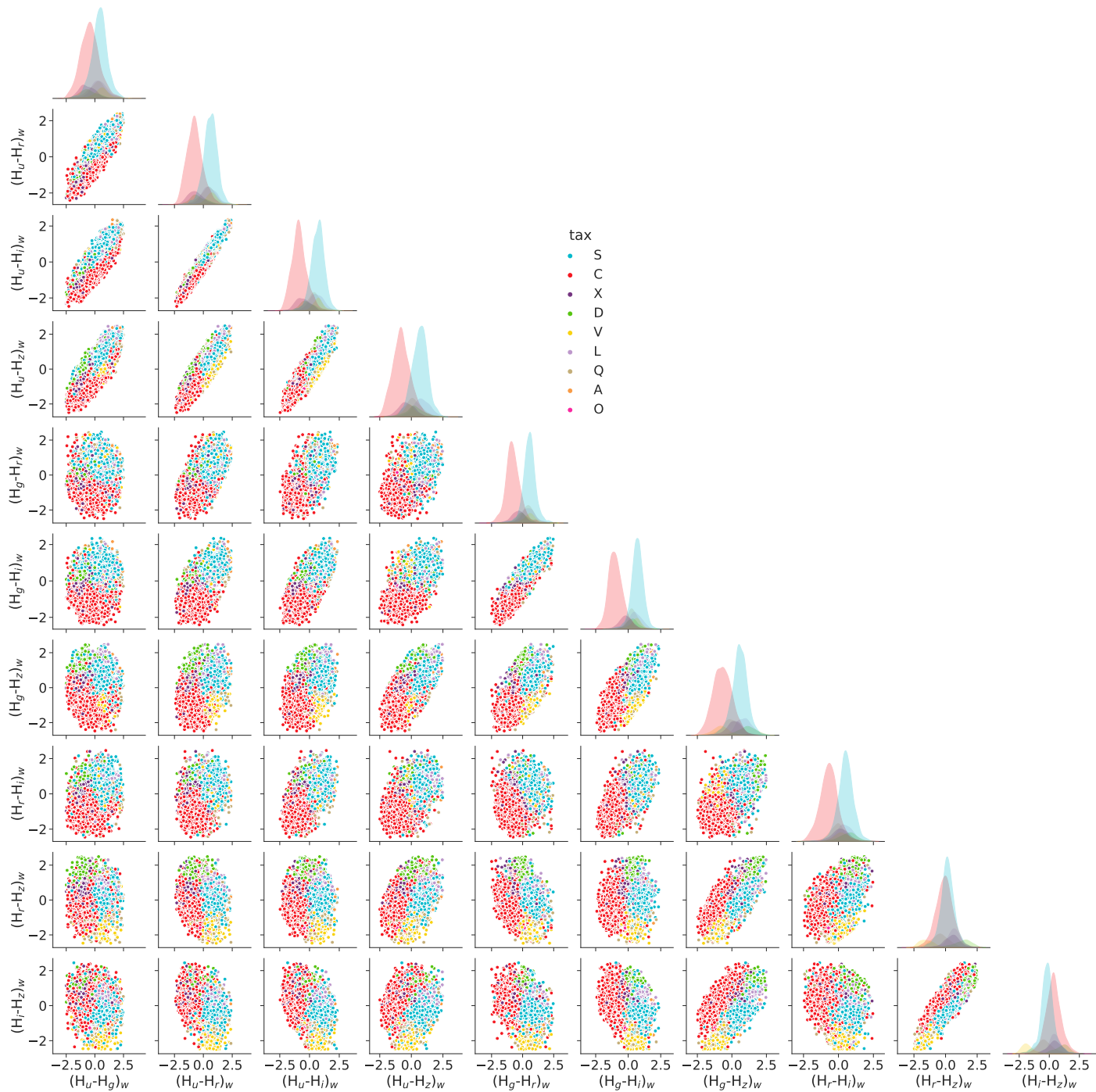


Figura 49: Correlación entre los diferentes colores absolutos de Sloan. El esquema de colores corresponde a la clasificación de C10.

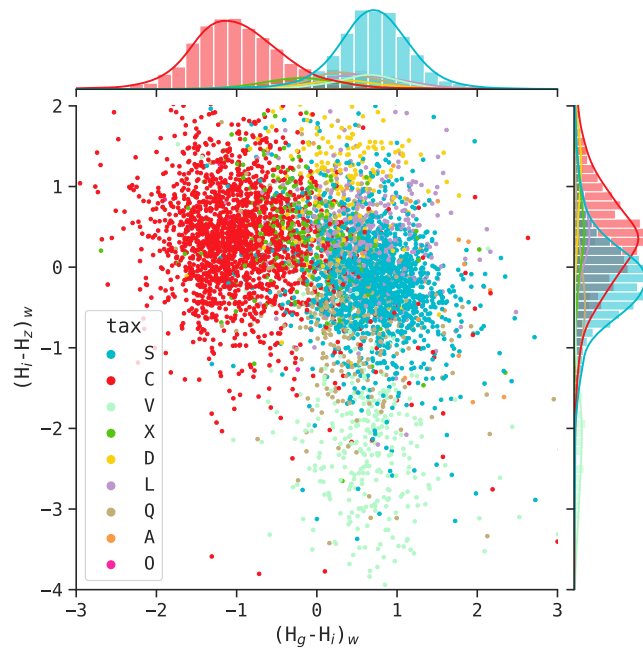


Figura 50: Diagrama color-color en magnitudes absolutas para 5168 asteroides de nuestra muestra. El esquema de colores corresponde a la clasificación taxonómica de C10.

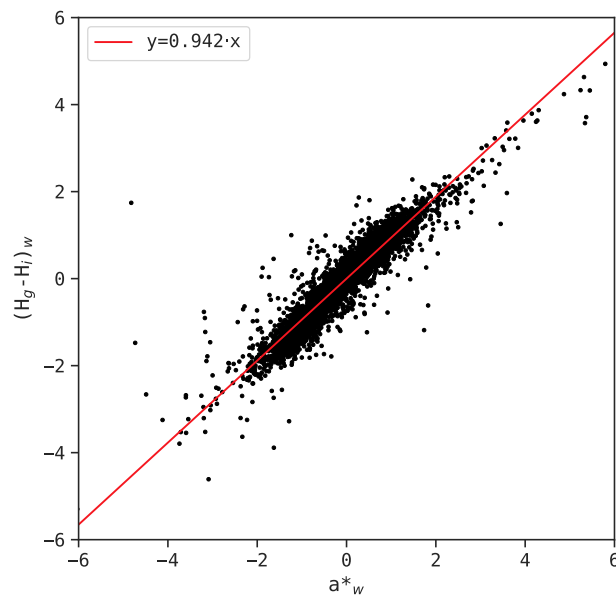


Figura 51: Correlación lineal entre  $a^*_w$  y  $(H_g - H_i)_w$ .



Cada muestra de datos,  $x_j$ , está definida por  $l$  características, (en este caso  $l = 2$ , correspondientes a  $(H_g - H_i)_w$  y  $(H_i - H_z)_w$ ):

$$\vec{x}_j = \{x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jl}\}. \quad (22)$$

Definimos una familia de conjuntos  $\{A_i, i = 1, \dots, c\}$  donde  $c$  es el número de grupos. La función objetivo de este problema de optimización es:

$$J_l(\mathbf{U}, \mathbf{v}) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (\mu_{ik})^m (d_{ik})^2, \quad (23)$$

donde:

$$d_{ik} = d(\vec{x}_k - \vec{v}_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^l (x_{kj} - v_{ij})^2}, \quad (24)$$

y  $\mathbf{U}$  es la matriz de partición, que contiene la probabilidad de cada punto  $\vec{x}_n$  de pertenecer a cada uno de los  $c$  grupos;  $\mu_{ik}$  es la pertenencia del  $k^{\text{th}}$  punto de datos al  $i^{\text{th}}$  grupo; el parámetro  $m$  es el parámetro de confusión (generalmente se toma como 2, [Bezdek \(1981\)](#)). Este valor tiene un rango  $m \in [1, \infty)$  y controla la cantidad de “suavidad” en el proceso de clasificación.

En lugar de minimizar la función objetivo  $J_l$ , el algoritmo aplica una optimización iterativa:

- Seleccionar el número  $c$  de grupos y el valor del parámetro  $m$ . Inicializar la matriz de partición  $\mathbf{U}^{(0)}$ .
- Calcular los centros  $\vec{v}$  de cada cluster.
- Actualizar la matriz de partición,  $\mathbf{U}^{(1)}$ .
- Calcular la norma de la diferencia entre las dos matrices  $\mathbf{U}^{(0)}$ ,  $\mathbf{U}^{(1)}$ . Comprobar si es menor que el nivel de precisión prescrito,  $\epsilon$ , para determinar si la solución es suficientemente buena, es decir:  $\|\mathbf{U}^{(1)} - \mathbf{U}^{(0)}\| \leq \epsilon$ . Si se cumple esta condición, deténgase. En caso contrario, volver al paso 2.

Este trabajo pretende distinguir los cuatro complejos taxonómicos más relevantes: C, S, X y V. Para ello, construimos un modelo de 4 grupos. En la Fig. 52 podemos ver los cuatro grupos identificados con diferentes colores. En este gráfico, la probabilidad es proporcional a la intensidad del color.

Una rápida comparación entre las Figs. 50 y 52 nos permite distinguir las correspondencias de cada cluster: El grupo rojo corresponde al complejo C, el verde corresponde al complejo X, el azul corresponde al complejo S, y el violeta corresponde al complejo V. Se observa una buena separación entre los complejos C, S y V. Del total de 9481 asteroides de la muestra, seleccionamos como buenas clasificaciones aquellos con una probabilidad superior al 60 %. Encontramos asteroides con probabilidades inferiores al 60 % en los bordes de los cúmulos, por lo que su clasificación final es ambigua. Clasificamos 6181 asteroides siguiendo nuestros criterios. Una comparación con C10 encuentra 4074 objetos con la misma taxonomía, mientras que 1016 asteroides presentan nuevas clasificaciones. Para 1 091 objetos, el tipo determinado en C10 no está incluido en nuestros cuatro complejos, ya que los autores utilizaron nueve clases.

Como es probable que la mayoría de los lectores estén más familiarizados con el algoritmo *K-means*, comparamos el resultado de los dos métodos. Para ello, analizamos la muestra de 3 301 asteroides con probabilidad de clasificación inferior al 60 % según el algoritmo *C-means*. 2 494 asteroides se asignaron al mismo tipo taxonómico aplicando el algoritmo *K-means*, mientras que 807 se agruparon en un grupo diferente. Como era de esperar, las diferencias de clasificación se producen en las regiones de solapamiento de los grupos, especialmente en los bordes del grupo taxonómico X (Fig. 52).



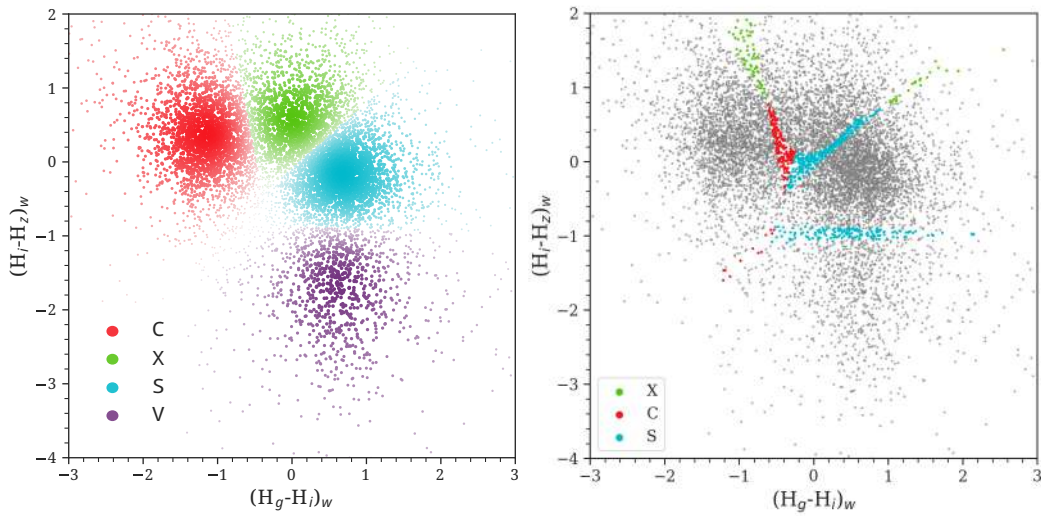


Figura 52: Izquierda: Identificación de 4 grupos taxonómicos en nuestra muestra de 9481 asteroides utilizando el algoritmo difuso C-means. El grupo rojo corresponde al complejo C, el verde al complejo X, el azul al complejo S y el violeta al complejo V. La probabilidad de que cada punto pertenezca a un grupo determinado es proporcional a la intensidad del color. La probabilidad de que cada punto pertenezca a un determinado grupo es proporcional a la intensidad del color. Derecha: Identificación de la pertenencia a grupos mediante K-means para asteroides con probabilidades de pertenencia inferiores al 60 %.

### 5.2.3 Reclasificación de asteroides con taxonomía ambigua según C10

En el esquema seguido por Carvano et al. (2010) algunos asteroides resultan clasificados con dos tipos diferentes. Un problema que los autores exponen sobre el *SDSS MOC* es que incluye varios asteroides con múltiples observaciones, lo que aumenta la posibilidad de tener múltiples clasificaciones. Resolvimos este hecho usando magnitudes absolutas. Presentamos la reclasificación de aquellos asteroides que presentan ambigüedades entre los complejos C, S, X y V. Para ello, utilizamos el modelo construido anteriormente. En la Fig. 53 mostramos la reclasificación de los asteroides ambiguos C-X (panel izquierdo), S-V (panel central), y X-S (panel derecho).

En el caso de los asteroides C-X, reclasificamos 134 objetos de 270 con una probabilidad superior al 60 % en nuestro esquema. Aunque C10 los clasifica como tipo C o X, estos asteroides están muy dispersos en nuestro espacio de parámetros, lo que demuestra que pertenecen a complejos diferentes. Como se ve en el panel izquierdo de la Fig. 53, clasificamos como V-complejo (en violeta) varios asteroides que eran ambiguos C-X. Comprobamos caso por caso si estos objetos presentan la disminución de flujo en el filtro z, y presentamos los resultados en el Capítulo 5.2.5. Hicimos lo mismo con los ambiguos S-V en C10, y reclasificamos 12 de 26 objetos, principalmente en nuestro espacio S y X. Mostramos los resultados en el panel central de la Fig. 53.

El panel derecho de la figura muestra la reclasificación de los asteroides X-S ambiguos. Reclasificamos dos de cada cuatro con una probabilidad superior al 60 %.

### 5.2.4 Distribución Orbital

Analizamos la distribución de los complejos taxonómicos en el eje semimayor,  $a$  vs pendiente espectral (Fig 54a) y eje semimayor,  $a$  vs planos  $H_g - H_i$  (Fig 54b). Extrajimos el eje semimayor de la base de datos Astorb. Nuestra muestra incluye los 6 181 asteroides seleccionados en el primer proceso de *clustering*

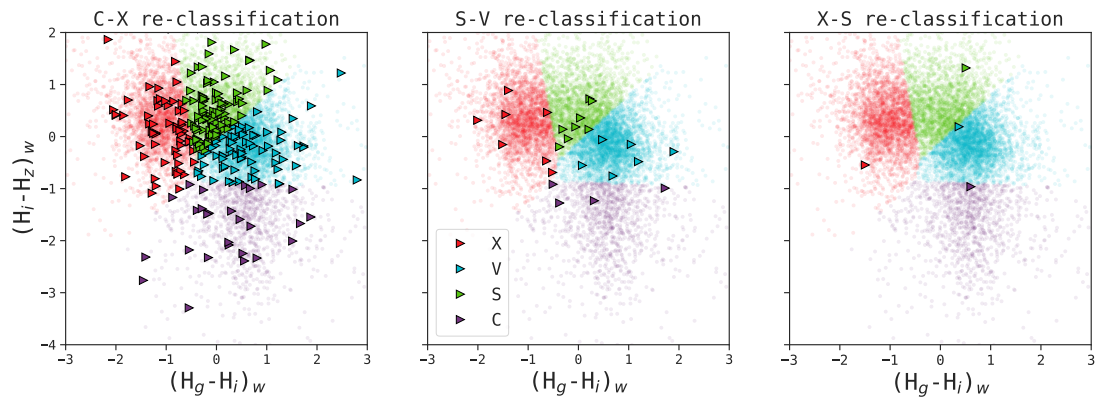


Figura 53: Reclasificación de objetos con taxonomía ambigua C-X, S-V y X-S según Carvano et al. (2010). Los triángulos representan los objetos con clasificación ambigua en C10 y dónde se encuentran en nuestro esquema. El esquema de colores es el mismo que en la figura 52

más los 148 asteroides reclasificados, todos ellos con una probabilidad de clasificación superior al 60%. Para obtener la pendiente espectral, calculamos las reflectancias relativas como explicamos en 4.3.1, utilizando la ecuación 19. Utilizamos el filtro g como referencia para mantener la coherencia con el trabajo de C10. Suavizamos los espectros obtenidos con un spline lineal y lo ajustamos con la función de mínimos cuadrados  $F(\lambda) = pendiente \times \lambda + b$ .

El gráfico marginal en la parte superior de la Fig. 54 muestra la frecuencia relativa de objetos por grupo taxonómico en el rango de Semiejes mayores en el Cinturón Principal. Obtuvimos la distribución esperada de taxonomía según las restricciones actuales sobre el sistema solar. El complejo S predomina en el interior del Cinturón Principal, y los asteroides del complejo C dominan la región exterior, como se observó en (DeMeo & Carry, 2014). Además, es posible un pico en la distribución de asteroides V en la región de la familia Vesta. El pico de asteroides del complejo X a 3 UA, también fue observado previamente por otros autores (Mothé-Diniz et al., 2003; Fornasier et al., 2011).

Por otra parte, la distribución de las pendientes espectrales muestra una disminución de la pendiente al adentrarse en el Cinturón Principal exterior; esto se debe a que los objetos con pendientes más rojas (complejo S o V) dominan la región interior, mientras que los del complejo C, que tienden a ser neutros o ligeramente azulados, dominan la región exterior. Esto puede parecer contrario a la opinión clásica de que los espectros más rojos aparecen en el cinturón exterior (taxones D o P), pero, en primer lugar, no discriminamos estos dos, que probablemente se asimilan a los complejos C o X, y hay una clara disminución de la densidad numérica de los objetos en las regiones exteriores, lo que explica nuestros resultados.

Como podemos ver en los histogramas marginales a la derecha de la Fig. 54 la pendiente espectral media de los cuatro complejos son (C,S,X,V) =  $(-0,185, 0,075, 0,049, -0,015) \mu\text{m}^{-1}$ , mientras que el ancho del histograma, representado por su desviación estándar, es (C,S,X,V) =  $(0,11, 0,12, 0,16, 0,12) \mu\text{m}^{-1}$ . El único histograma que presenta una dispersión considerable es el de los asteroides de tipo V, y esto puede deberse a una influencia de la banda de absorción del piroxeno a  $0,9 \mu\text{m}$  en la magnitud del filtro i. Dependiendo de la composición de la superficie del asteroide, la banda de absorción a  $0,9 \mu\text{m}$  puede ser más profunda o tener su centro desplazado hacia  $0,93 \mu\text{m}$  (Duffard et al., 2006). Así, la composición de los piroxenos presentes en los asteroides de tipo V influiría en la distribución de la pendiente espectral de los asteroides del complejo V, mientras que en los otros complejos, C, X y S, la desviación estándar es similar entre ellos, en torno a  $0,12 \mu\text{m}^{-1}$ . También observamos que el histograma correspondiente al complejo C contiene muchos valores negativos, que pueden estar relacionados con asteroides de tipo B en esta muestra, no diferenciados del complejo C porque sólo tomamos cuatro clases espectrales. Los

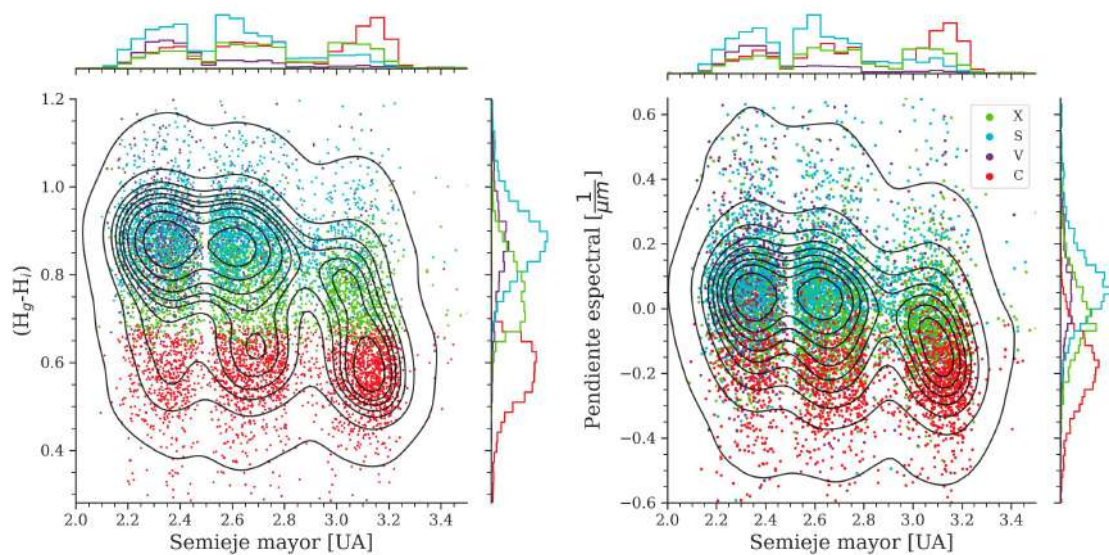


Figura 54: a) Semieje mayor vs Pendiente espectral. b) Semieje mayor vs  $H_g - H_i$ . Para ambos, en los ejes marginales mostramos histogramas para cada clase espectral. También trazamos los contornos de la densidad 2D. El esquema de colores para la clase espectral es el mismo que antes.

espectros de tipo B carecen de rasgos con una pendiente negativa, lo que significa espectros más azules.

El panel derecho de la Fig. 54 es una clara prueba de lo efectivo que es el color  $H_g - H_i$  para separar los taxones C y S. Otro parámetro que permite diferenciar con precisión ambos grupos es el albedo geométrico. Sin embargo, al estudiar si existe correlación entre el color  $H_g - H_i$  y el albedo, no encontramos resultados concluyentes.

### 5.2.5 Complejo V

Otra característica interesante de la Fig. 54 es la presencia de asteroides del complejo V fuera de la región de la familia Vesta. Estudiamos algunos de estos casos en particular. Aislamos aquellos objetos cuyo Semieje mayor es superior a 2,8 UA (Duffard & Roig, 2009), que es el límite interior del Cinturón Principal exterior, y con probabilidad de clasificación superior al 80 %. Calculamos las reflectancias en cada filtro según la Ec. 19. En la Fig. 55 mostramos los fotospectros obtenidos para confirmar el espectro del complejo V de cada candidato. Es importante destacar que todos tienen el pico característico a  $0,75 \mu\text{m}$  y una banda de absorción hacia  $0,95 \mu\text{m}$ . Roig & Gil-Hutton (2006) utilizaron la versión 3<sup>era</sup> del MOC para encontrar cinco posibles asteroides de tipo V en el cinturón exterior: (7472) Kumakiri, (10537) 1991 RY16, (44496) 1998 XM5, (55613) 2002 TY49, y (105041) 2000 KO41. Duffard & Roig (2009) confirmaron espectroscópicamente dos de ellas: (10537) 1991 RY16 y (7472) Kumakiri. Nuestra lista de candidatos a complejo V en el cinturón exterior es: (100105) 1993 FK35, (86162) 1999 RR205, (97502) 2000 CL93, (105353) 2000 QN105, (39069) 2000 VM10, (135160) 2001 QL241, (111422) 2001 XM196, (160213) 2002 CS252, (338278) 2002 TQ327, (143194) 2002 XT84, (197503) 2004 BN97, (171258) 2005 QW84, (261001) 2005 SN95, (242740) 2005 UP476, (224611) 2005 YV63.

Por otro lado, Huaman et al. (2014) identificó 7 nuevos candidatos a asteroides de tipo V en el cinturón principal exterior: (11465) 1981 EP30, (55270) 1998 QA73, (91159) 1999 XG203, (34698) 2001 OD22, (92182) 2001 PR10, (208324) 2001 RT147, (177904) 2005 SV5, utilizando la pendiente MOC gri y los colores  $z' - i'$  para clasificar un asteroide dependiendo de su posición en ese plano. Además, Licandro et al. (2017) identificó nuevos asteroides basálticos de tipo V utilizando colores del infrarrojo cercano observados por el sondeo VHS-VISTA y recopilados en el catálogo MOVIS-C. Aunque

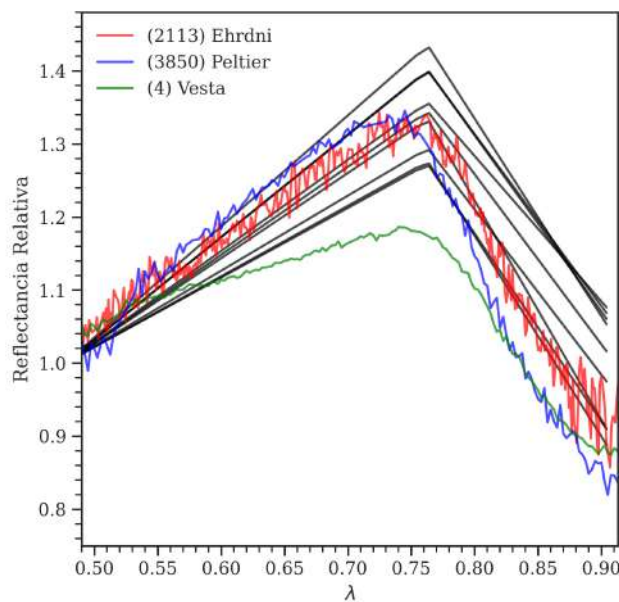


Figura 55: Espectro de asteroides V fuera de la familia Vesta normalizados en el filtro  $g'$ .

utilizaron un catálogo diferente, el método es similar al nuestro: Filtraron los candidatos con criterios específicos sobre los colores infrarrojos. Más recientemente, [Migliorini et al. \(2021\)](#) presentó nuevas observaciones espectrales de 23 asteroides putativos de tipo V seleccionados según estudios de color en el visible a partir del MOC y en el infrarrojo cercano a partir del catálogo MOVIS. Ninguno de los objetos que presentamos aparece en los respectivos trabajos de Licandro ni de Migliorini.

En la Figura 55 hemos comparado nuestros candidatos con tres tipos diferentes de asteroides V: el asteroide (4) Vesta, cuerpo parental de su familia; el asteroide (3850) Peltier, asteroide tipo V miembro de la familia de Flora; (2113) Ehdni un asteroide tipo V que no ha sido asociado con ninguna familia dinámica de acuerdo a la bibliografía consultada. Este último objeto es el que presenta un comportamiento espectral más similar a los objetos de nuestra muestra. Vesta no tiene un pico tan marcado en  $0,75\ \mu\text{m}$  y la banda de absorción es mucho más marcada, como en el caso de Peltier. En conclusión, este análisis sugiere que la composición de nuestros candidatos es similar a la de (2113) Ehdni, todos ellos presentan una pendiente pronunciada hacia  $0,7\ \mu\text{m}$  y una banda de absorción moderada a partir de  $0,75\ \mu\text{m}$ . La pendiente pronunciada entre  $0,5\ \mu\text{m}$  y  $0,75\ \mu\text{m}$  podría ser indicativa de que la superficie se encuentra meteorizada [Fulvio et al., 2012](#). Por otra parte, la profundidad del espectro luego de  $0,75\ \mu\text{m}$  nos da una idea del tamaño de grano ([Cloutis et al., 2013](#)) o del estado de meteorización del piroxeno ([Ieva et al., 2016](#)). En este caso, la pendiente moderada podría significar un tamaño de grano chico o, nuevamente, un piroxeno meteorizado.

La identificación de material basáltico es importante porque algunos asteroides del complejo V descubiertos lejos de la familia Vesta apoyan la hipótesis de múltiples progenitores de asteroides basálticos en el sistema solar primitivo. En el cinturón principal, se ha sugerido Eunomia como posible cuerpo progenitor ([Carruba & Michtchenko, 2007](#); [Carruba et al., 2014](#), y sus referencias). Además, para el cinturón principal exterior, [Huaman et al. \(2014\)](#) proponen a Eos y Koronis como cuerpos parentales. Queremos destacar que los asteroides del complejo V son relativamente fáciles de identificar, tanto espectroscópicamente como fotométricamente, debido a su comportamiento espectral único. La ventaja del método fotométrico es la capacidad de llegar a una población más débil que con los espectros y a un número más grande de candidatos.



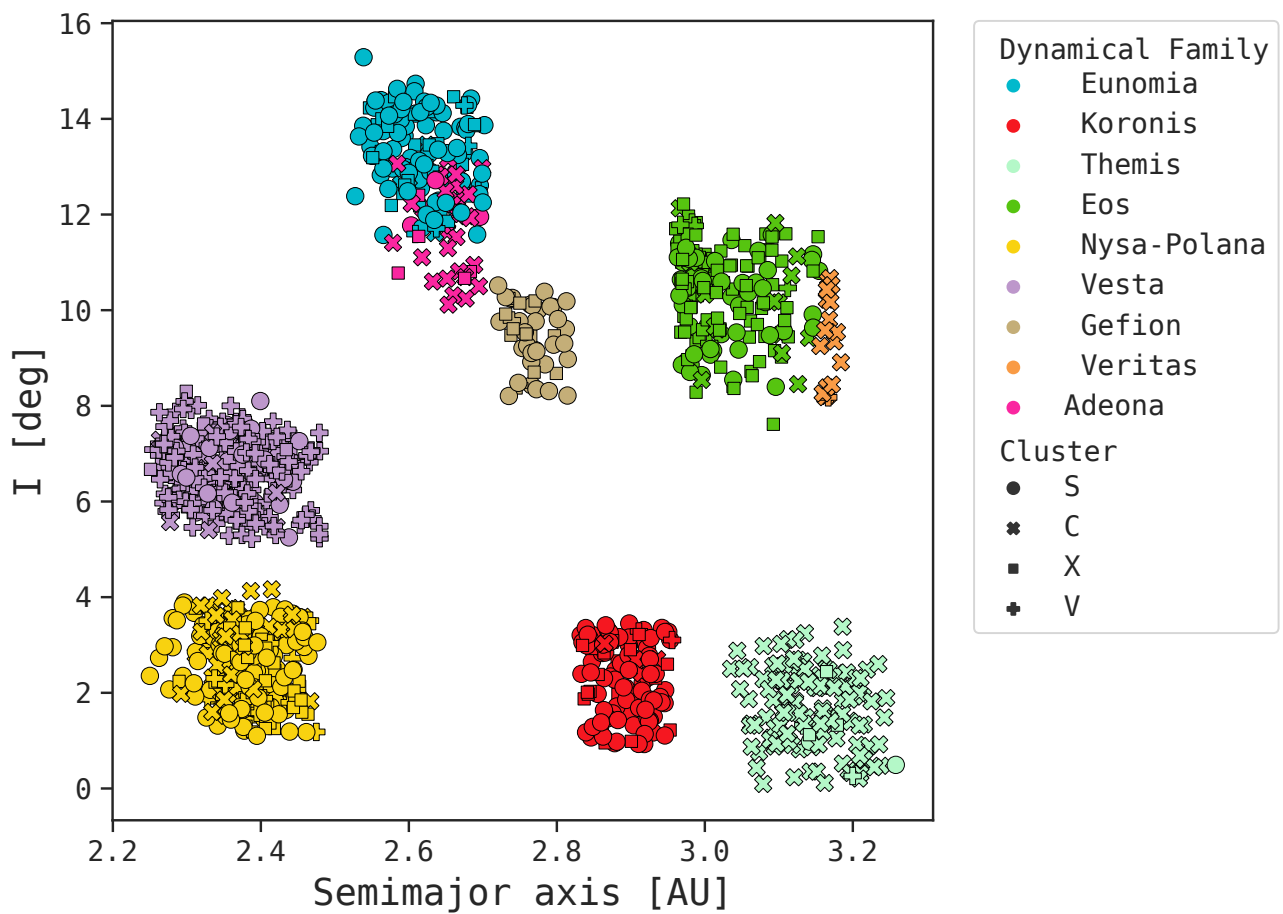


Figura 56: Identificación de familias dinámicas en nuestra muestra. Distintos colores indican familias diferentes. También distinguimos los tipos espectrales con distintos puntos.

### 5.2.6 Familias dinámicas

Pudimos identificar 1253 asteroides pertenecientes a familias dinámicas según Nesvorný (2010). Para esta tarea, comparamos nuestra muestra con el catálogo de familias generado por Nesvorný y extraído del *Planetary Data System* (PDS)<sup>18</sup>. En la Fig. 56 mostramos nuestros resultados. Limitaremos nuestro análisis a las familias más grandes (Vesta y Nysa en 2,4 UA, Eunomia y Adeona en 2,6 UA, Gefion en 2,8 UA, Koronis en 2,9 UA, Eos en 3,0 UA y, por último, Themis y Veritas en 3,2 UA). En la Fig. 56 se muestran los miembros de la familia y las taxonomías respectivas. Varios autores se dedicaron a investigar la composición de las familias de asteroides utilizando catálogos fotométricos (Licandro et al., 2017; Wong & Brown, 2017; Morate et al., 2018). Podemos ver una mezcla de complejos X y S en las familias Koronis, Eos y Eunomia. Luego, en la parte exterior del cinturón, todas las familias pertenecen al complejo C (Themis y Veritas) y Adeona en 2,6 UA. La región del complejo Nysa es una mezcla de los tipos C y S, lo que muestra la heterogeneidad que reina allí: La actual familia Nysa compuesta por el complejo S y las familias primitivas Polana y Eulalia (Walsh et al., 2013; de León et al., 2016; Pinilla-Alonso et al., 2016).

<sup>18</sup><https://pds.nasa.gov/ds-view/pds/viewDataset.jsp?dsid=EAR-A-VARGBDET-5-NESVORNYFAM-V3.0>

Tabla 5: Ejemplo del catálogo final. La primera columna indica el ID del objeto, la segunda el valor de  $H_g-H_i$ , la tercera muestra la incertidumbre de  $H_g-H_i$ , la cuarta el valor de  $H_i-H_z$  y la quinta su incertidumbre. A continuación, la sexta columna presenta el valor de la pendiente espectral, y la séptima su incertidumbre. Las tres últimas columnas dan la clasificación taxonómica obtenida en este trabajo, la probabilidad de clasificación y la familia a la que pertenece el objeto. La tabla completa puede obtenerse previa petición. Contiene 9781 asteroides, ya que no tiene el umbral de probabilidad de clasificación por encima del 60 %.

ID	$H_g-H_i$	$\sigma_{H_g-H_i}$	$H_i-H_z$	$\sigma_{H_i-H_z}$	Spec. Slope ( $\frac{1}{\mu m}$ )	$\sigma_{Slope} (\frac{1}{\mu m})$	Tax	Prob	Fam
1220T-2	0.586052	0.369842	-0.034118	0.363174	-0.214953	0.00485631	C	0.814686	Themis
1977EW7	0.893813	0.425204	-0.020652	0.397426	-0.0648163	0.0423916	S	0.926829	Eunomia
1978VN4	0.874879	0.490940	0.011894	0.601412	-	-	S	0.711725	Massalia
1013T-2	0.799885	0.412935	0.039389	0.375412	0.375412	0.00485375	X	0.837800	-
2001SV291	0.591414	0.329793	-0.083079	0.297460	-0.205003	0.00100782	C	0.406850	Adeona

Sabemos que los asteroides pertenecientes a una misma familia deberían compartir la misma taxonomía porque todos proceden del mismo cuerpo parental. Hemos reproducido este comportamiento con nuestros resultados excepto para dos familias: Eos y Koronis, debido a la dificultad de discernir inequívocamente los complejos X y S. Intentamos realizar pruebas utilizando valores de albedo medidos y publicados por AKARI para abordar este problema. Sin embargo, no encontramos ninguna separación de los grupos utilizando el albedo. Además, la muestra es significativamente reducida debido a las pocas mediciones de albedo disponibles en la actualidad. Observando un gráfico análogo al de la Fig. 50 observamos que las familias no tienen una distribución particular en este espacio de parámetros. Tales excepciones ya han sido discutidas en la literatura anteriormente, por ejemplo en Carruba et al. (2013) donde las familias de asteroides se identifican en dominios de elementos propios, albedos y colores SDSS, y se encontró que Eos y Koronis no eran tan homogéneas como otras familias obtenidas con este enfoque. Según los autores, esto puede deberse a la posible naturaleza diferenciada, o parcialmente diferenciada, del cuerpo parental de estas familias.

Los resultados finales se muestran en la tabla 5 a continuación. Las incertidumbres de los colores  $H_g-H_i$  y  $H_i-H_z$  se calcularon con el método clásico de propagación de errores. El error de la pendiente lo proporciona la implementación de ajuste lineal utilizada. En algunos casos, no fue posible calcular la pendiente porque no se disponía de información sobre los 4 valores de Flux. Además, no todos los asteroides fueron asignados a una familia. En ambos casos, indicamos los valores que faltan con ”-”.

### 5.3 Anticorrelación entre color absoluto y coeficientes de fase relativos

Alvarez-Candal et al. 2019[AC19] presentaron un catálogo de curvas de fase en los filtros V y R de 117 asteroides transneputinanos y centauros. Allí, notaron una fuerte anticorrelación entre el color absoluto y los coeficientes de fase relativos, indicando que los objetos más rojos tienen curvas de fase más empinadas en el filtro R que en el filtro V, o en otras palabras, los objetos más rojos tienden a ser más azules con ángulos de fase mayores. Este trabajo demuestra que las curvas de fase en diferentes longitudes de onda son herramientas esenciales que son usualmente pasadas por alto.

En el siguiente análisis, utilizaremos los mismos datos de entrada que en AC22 para comprobar si existe una anticorrelación similar entre el color absoluto y el coeficiente de fase relativo para asteroides. Es decir, si podemos observar este comportamiento en asteroides que no pertenezcan al grupo de TNOs o centauros. Los criterios de selección para los datos son los siguientes: 1) que tengan por lo menos 3 puntos; 2) que el ángulo de fase cumpla  $\alpha \in [0, 7,5]$ , estos valores de  $\alpha$  cubren el rango que abarcan los centauros y TNOs; 3) que el error en la magnitud  $\sigma_m \leq 1$ . Estos criterios de selección producen una base de datos de 5848 objetos.



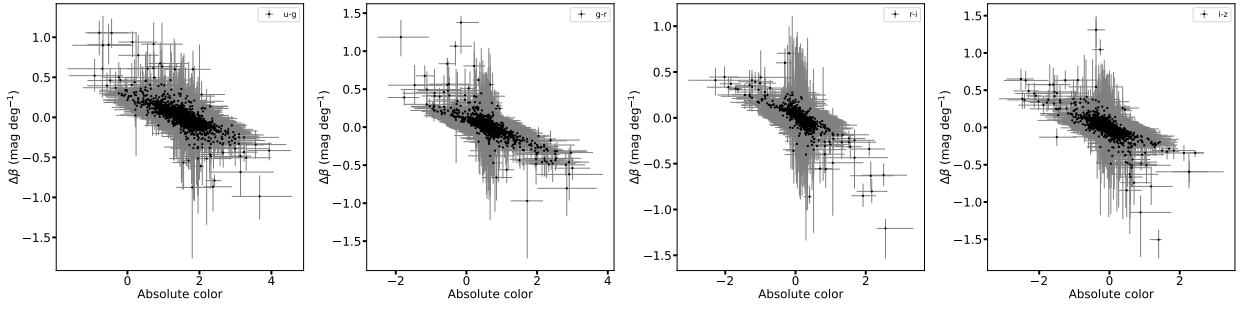


Figura 57: Color absoluto frente a  $\Delta\beta$  para pares de filtros: De izquierda a derecha:  $u-g$ ,  $g-r$ ,  $r-i$ ,  $i-z$ .

Para la construcción de las curvas de fase asumiremos un modelo lineal para que la comparación con AC19 sea adecuada:

$$M(\alpha) = H + \beta\alpha \quad (25)$$

donde  $M(\alpha)$  es la magnitud reducida,  $H$  es la magnitud absoluta,  $\beta$  es el coeficiente de fase. Para la estimación de parámetros seguimos el método desarrollado por AC22, en el cual se calculan las distribuciones de probabilidad de cada asteroide en un marco bayesiano:

$$P_A(m, \Delta m) = P_A(m) * P_A(\Delta m) \quad (26)$$

donde  $P_A(m)$  es una distribución normal centrada en  $m$  con ancho  $\sigma_m$ , y:

$$P_A(\Delta m)^i = \frac{\sum_j P^i(\Delta m | P_j(H_v)) P_j(H_v)}{\sum_i \sum_j P^i(\Delta m | P_j(H_v)) P_j(H_v)} \quad (27)$$

Luego, se extraen aleatoriamente 10000 valores de  $P_A(m, \Delta m)$  para correr el modelo de la Ecuación 25 y obtener los parámetros  $H$  y  $\beta$ , que también serán distribuciones de probabilidad. El valor nominal de cada distribución es la mediana. Para una descripción más detallada de este algoritmo, recomendamos acudir a la fuente [AC22].

Para el cálculo de colores absolutos y  $\Delta\beta$  (coeficiente de fase relativo), optamos por calcular la distribución de probabilidad de la diferencia entre dos cantidades  $Z = X + Y$  como:  $P(Z) = P(X) * P(Y)$ . Para el caso del color  $C_{ij} = M_i - M_j$  y, el coeficiente de fase relativo es  $\Delta\beta_{ij} = \beta_i - \beta_j$ .

En la Figura 57, graficamos el color absoluto versus  $\Delta\beta$ . Todos los paneles muestran la misma tendencia: una fuerte anticorrelación entre el color absoluto y  $\Delta\beta$ . Esta relación indica que los objetos más rojos tienden a volverse más azules con ángulos de fase mayores, mientras que los objetos más azules tienden a volverse más rojos para ángulos de fase mayores. Este comportamiento ya fue observado por Ivezić et al. (2001), quienes analizaron la dependencia del color  $a^*$  con el ángulo de fase  $\alpha$  comparando los histogramas de asteroides observados cerca de la oposición y de asteroides observados a ángulos de fase grandes (Ivezić et al., 2001, Figure 19). Los autores notan que los asteroides azules se vuelven más rojos para  $\alpha$  grande. Sin embargo, para los asteroides rojos, solo notan un ensanchamiento en su distribución, pero sin cambio en el valor medio de la misma. Es importante notar que ambos trabajos llegan a la misma conclusión, utilizando métodos ligeramente distintos.

Alvarez-Candal et al. (2019) propone que este fenómeno puede estar relacionado con partículas de gran tamaño en la superficie de cuerpos probablemente helados y que puede mostrar un predominio de dispersión en ángulos de fase pequeños en lugar de dispersión múltiple. Sin embargo, este fenómeno no estaría relacionado con la composición de la superficie.

Utilizamos la clasificación taxonómica presentada en este capítulo (Colazo et al., 2022b) para analizar la dependencia de la anticorrelación observada con el complejo taxonómico. Los resultados se

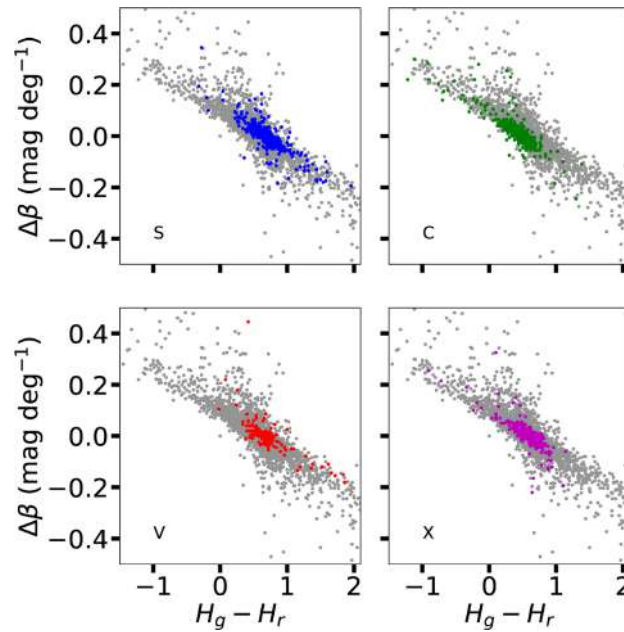


Figura 58:  $H_g - H_r$  frente a  $\Delta\beta$ . En todos los paneles, la muestra completa se muestra como puntos grises, mientras que diferentes colores marcan los diferentes complejos: Complejo S en azul (panel superior izquierdo), complejo C en verde (panel superior derecho), complejo V en rojo (panel inferior izquierdo) y complejo X en morado (panel inferior derecho). No mostramos las barras de error para mayor claridad.

muestran en la Figura 58. Es posible ver que los cuatro complejos taxonómicos siguen la misma tendencia. Sin embargo, notamos que las diferentes taxonomías no están distribuidas de manera idéntica. En particular, los complejos C y S parecen seguir tendencias paralelas, con el complejo C levemente del lado azul. El complejo V parece muy similar a los asteroides del complejo S, mientras que el complejo X cae entre el complejo C y S. Estas ligeras diferencias están relacionadas con los espectros característicos de cada complejo: los complejos C y X son más lineales, sin características de absorción fuertes. Por otro lado, los complejos S y V muestran bandas de absorción que comienzan a unos 750 nm y pendientes más rojas antes del inicio de la banda de absorción. Estos resultados confirman que la relación entre el color absoluto y el coeficiente de fase relativo no dependen de ninguna composición de superficie particular.

La evidencia a favor de que el color de los asteroides cambia con el ángulo de fase, favorece la idea de utilizar colores absolutos para analizar la taxonomía de asteroides en lugar de colores “aparentes”.

## 5.4 Conclusiones de este trabajo

Determinamos la clasificación taxonómica de 6 329 objetos utilizando colores absolutos calculados por AC22 y métodos ML, en particular C-medias difusas. El uso de colores absolutos nos libera de las posibles ambigüedades que surgen de forma natural al utilizar bases de datos con observaciones de varias épocas.

En lugar de utilizar las (muchas) taxonomías diferentes empleadas en la bibliografía, optamos por restringirnos a cuatro complejos principales: C, S, X y V, porque abarcan la mayor parte del comportamiento espectral conocido de los asteroides. Dentro de cada complejo, es posible parametrizar el comportamiento usando cantidades simples como la pendiente del fotospectro y el color absoluto ( $H_i - H_z$ ).

Las distribuciones de las pendientes espectrales dentro de cada complejo muestran una amplia mezcla de objetos y ningún patrón claro. Estas distribuciones sugieren que no necesariamente aparecen objetos más rojos en los Semiejes mayores. Por otro lado, la distribución de los complejos a lo largo del cinturón principal de asteroides no descubre ninguna característica nueva. El complejo S domina el cinturón

interior y medio, y el complejo C domina el cinturón exterior. El complejo V aparece concentrado en el cinturón interior, coincidiendo con la ubicación de la familia Vesta, pero, curiosamente, hay muchos candidatos en el cinturón medio y exterior.

Uno de los principales resultados de este trabajo es el desarrollo de una técnica para obtener espectros fotométricos absolutos de asteroides, utilizando fotometría en varios filtros. Como hemos visto, a partir de estos fotoespectros fuimos capaces de hacer una comparación con espectros densos y obtener importantes resultados sobre los asteroides V identificados fuera de la familia de Vesta. Por ejemplo, detectamos que los mismos no presentan espectros similares a (4) Vesta ni a (3850) Peltier (miembro de la familia de Flora). Así mismo, encontramos características similares al asteroide (2113) Ehdni. Estos espectros sugieren que se trata de objetos cuyas superficies se encuentran afectadas por meteorización y/o poseen un tamaño de grano pequeño. Estos objetos merecen más observaciones espectroscópicas para su confirmación.

Los relevamientos espectroscópicos de familias de asteroides cuentan con una amplia muestra de espectros de cada una de ellas, pero utilizando técnicas fotométricas absolutas, podemos llegar incluso a más objetos. Aplicando la identificación de familias de asteroides al *SDSS MOC*, podemos analizar hasta qué punto es completo nuestro estudio espectroscópico de cada familia. Es importante notar que obtuvimos la clasificación taxonómica para 1 253 asteroides de distintas familias dinámicas, que sería de gran dificultad utilizando solo observaciones propias.

Debemos destacar la importancia de las bases de datos obtenidas por *crossmatching*, es decir uniendo catálogos diferentes con información de identificación de familias, datos orbitales, albedos, variedad de filtros, entre otros, con observaciones densas y planificadas para hacer un retrato completo de la población de cuerpos menores.

Finalmente, estudiamos si las curvas de fase de los asteroides comparten o no la misma anticorrelación encontrada para los TNOs usando  $H_v - H_r$  y  $\Delta\beta$  (Ayala-Loera et al. 2018; Álvarez-Candal et al. 2019) utilizando el mismo modelo fotométrico (lineal) y rango de ángulos de fase. Obtuvimos fuertes correlaciones en pares consecutivos de colores. Estas correlaciones están probablemente asociadas a la distribución del tamaño de las partículas presentes en la superficie de los objetos. Las anticorrelaciones indican que los objetos intrínsecamente más rojos se vuelven más azules al aumentar el ángulo de fase, mientras que ocurre lo contrario con los objetos intrínsecamente más azules. Hemos comprobado que la correlación no se debe a un problema de normalización. Al incluir información taxonómica, vemos que el espacio  $\Delta\beta$  está cubierto de forma ligeramente diferente por los distintos complejos principales, en particular el complejo C y el complejo S, aunque la anticorrelación se mantiene para todos los tipos taxonómicos. Para concluir, sugerimos que el término “enrojecimiento de fase” debería cambiarse por un término más genérico como “coloración de fase”, ya que algunos objetos tienden a volverse más azules con el aumento del ángulo de fase.

Un punto muy interesante del presente trabajo es que hemos podido recavar información sobre taxonomía, espectros, familias dinámicas, distribución orbital y coloración de fase para miles de asteroides utilizando sólo datos de *SDSS MOC*. Nuevamente hacemos énfasis en lo poderosos que son los grandes catálogos para realizar estudios estadísticos de muestras de asteroides. Más aún, al analizar grandes poblaciones resulta fácil identificar objetos que no siguen la “norma” general, como por ejemplo los asteroides V fuera de la familia de Vesta detectados en este trabajo. Una vez identificados estos objetos, se plantea como trabajo futuro recurrir a observaciones densas y planificadas para confirmar las características observadas. Por lo tanto, el análisis de grandes bases de datos posee alto potencial para realizar descubrimientos y/o encontrar diferentes tendencias/correlaciones entre parámetros físicos de las diferentes poblaciones de asteroides.

Resumiendo, obtuvimos la taxonomía de 6329 objetos, en forma de datos discretos, a partir del catálogo *SDSS MOC*. Notar que estos datos son obtenidos “gratuitamente”, es decir, el relevamiento fue planificado para observar objetos extragalácticos y así mismo, pudimos construir un extenso catálogo

taxonómico de asteroides. En contraposición, los catálogos de espectros y sus taxonomías, obtenidos en forma densa, poseen una cantidad de objetos mucho menor. Por ejemplo, el *Small Solar System Objects Spectroscopic Survey*<sup>19</sup> de Río de Janeiro cuenta con 820 asteroides y el *SMASS: Small Main-Belt Asteroid Spectroscopic Survey*<sup>20</sup> posee 1946. Además, en este trabajo demostramos que la correspondencia entre los fotospectros del *SDSS MOC* tienen una buena correspondencia con sus análogos densos.

Este trabajo fue publicado en la revista *Astronomy and Astrophysics* (Alvarez-Candal, Jimenez Corral & Colazo, 2022b).

## 6 Palabras finales

Las fuentes de información sobre asteroides son muy diversas. Pueden ser datos propios, obtenidos luego de una planificación, observación, reducción y análisis de los mismos. Pueden ser usados para determinar el período de rotación de un cuerpo, o su curva de fase. Una desventaja de estos datos es que son costosos ya que demandan una gran cantidad de tiempo desde el punto de vista del trabajo del astrónomo/a hasta su publicación. Sin embargo, también se pueden obtener datos de los diversos relevamientos planificados para extraer datos de asteroides como NEOWISE, ATLAS, LINEAR o de aquellos pensados para otros objetivos, como lo son SLOAN, K2, TESS, y otros tantos. La ventaja que presentan estos catálogos es el gran número de observaciones. La desventaja es que la información obtenida no es homogénea y necesitamos invertir algunas horas de trabajo en estandarizar estos datos.

A su vez, así como utilizamos imágenes obtenidas con otros fines astrofísicos para obtener información sobre los asteroides, también podemos obtener información astrofísica como variabilidad de estrellas, tránsitos exoplanetarios, caracterización de un sitio de observación (coeficiente de extinción, evolución del FWHM a lo largo de una noche) de las imágenes obtenidas para estudiar asteroides. Se extrae la información de todas las fuentes y luego las calibramos usando un catálogo (como *Gaia DR3*) para estandarizar y homogenizar los datos. Este tipo de trabajos fue presentado brevemente en esta tesis, pero tiene un gran potencial para ser explotado a futuro.

A pesar de que los vastos catálogos que provienen de los grandes relevamientos permiten el análisis estadístico de gran número de objetos, también presentan un inconveniente: el hecho de que sean datos dispersos impide conocer con certeza la iluminación y la geometría de visión del objeto en el momento de la observación. La consecuencia de esta falta de información es que construiremos las curvas de fase utilizando puntos “aleatorios” de la curva de luz. Por lo tanto, no constituirían un conjunto de datos consistente si se quiere comparar curvas de fase de diferentes asteroides y los parámetros finales no serán de altísima precisión. Para atacar este problema, se deben realizar campañas de observación bien planificadas con el objetivo de obtener curvas de luz densamente muestreadas para varias épocas. A partir de ellas, se pueden aplicar modelos de inversión de curvas de luz, que se utilizarán para construir curvas de fase de referencia que sí serán útiles si buscamos estimar parámetros con alta precisión. Durante este trabajo de doctorado, hemos realizado la primera parte de este proceso, es decir la observación de distintos objetos a los que se le pretende aplicar este tipo de análisis más detallado. A su vez, se pretende combinar estos datos con fotometría de ATLAS teniendo cuenta las circunstancias observacionales de dicho relevamiento.

## Referencias

Alvarez-Candal A., 2013, *A&A*, 549, A34

---

<sup>19</sup><https://sbn.psi.edu/pds/resource/s3os2.html>

<sup>20</sup><http://smass.mit.edu/smass.html>

- Alvarez-Candal A., Ayala-Loera C., Gil-Hutton R., Ortiz J. L., Santos-Sanz P., Duffard R., 2019, [MNRAS](#), **488**, 3035
- Alvarez-Candal A., Benavidez P. G., Campo Bagatin A., Santana-Ros T., 2022a, [A&A](#), **657**, A80
- Alvarez-Candal A., Jimenez Corral S., Colazo M., 2022b, [A&A](#), **667**, A81
- Assandri M. C., Gil-Hutton R., 2008, [A&A](#), **488**, 339
- Bailey S. I., Pickering E. C., 1913, *Annals of Harvard College Observatory*, **72**, 165
- Barentsen G., Kepler Team 2016, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts #227*. p. 421.02
- Bellm E., 2014, in Wozniak P. R., Graham M. J., Mahabal A. A., Seaman R., eds, *The Third Hot-wiring the Transient Universe Workshop*. pp 27–33 ([arXiv:1410.8185](#))
- Belskaya I. N., Shevchenko V. G., 2000, [Icarus](#), **147**, 94
- Belskaya I. N., Shevchenko V. G., Krugly Y. N., Lupishko D. F., Velichko F. P., 1994, in *Bulletin of the American Astronomical Society*. p. 1549
- Bezdek J. C., 1981, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Kluwer Academic Publishers, USA
- Bottke William F. J., Vokrouhlický D., Rubincam D. P., Nesvorný D., 2006, [Annual Review of Earth and Planetary Sciences](#), **34**, 157
- Burbine T. H., DeMeo F. E., Rivkin A. S., Reddy V., 2017, in Elkins-Tanton L. T., Weiss B. P., eds, *Planetesimals: Early Differentiation and Consequences for Planets*. pp 298–320, [doi:10.1017/9781316339794.014](#)
- Bus S. J., 1999, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology
- Bus S. J., Binzel R. P., 2002, [Icarus](#), **158**, 106
- Bus S. J., Vilas F., Barucci M. A., 2002, in *Asteroids III*. pp 169–182
- Busso G., et al., 2018, *Gaia DR2 documentation Chapter 5: Photometry*, *Gaia DR2 documentation*
- Cambioni S., Delbo M., Ryan A. J., Furfaro R., Asphaug E., 2019, [Icarus](#), **325**, 16
- Carbognani A., Cellino A., Caminiti S., 2019, [Planet. Space Sci.](#), **169**, 15
- Carruba V., Michtchenko T. A., 2007, [A&A](#), **475**, 1145
- Carruba V., Domingos R. C., Nesvorný D., Roig F., Huaman M. E., Souami D., 2013, [MNRAS](#), **433**, 2075
- Carruba V., Domingos R. C., Huaman M. E., Santos C. R. d., Souami D., 2014, [MNRAS](#), **437**, 2279
- Carruba V., Aljbaae S., Lucchini A., 2019, [MNRAS](#), **488**, 1377
- Carruba V., Aljbaae S., Domingos R. C., Barletta W., 2021, [MNRAS](#), **504**, 692
- Carvajal J. P., Muñoz-Cuartas J. C., 2023, [MNRAS](#), **521**, 6075

- Carvano J. M., Davalos J. A. G., 2015, [A&A](#), **580**, [A98](#)
- Carvano J. M., Hasselmann P. H., Lazzaro D., Mothé-Diniz T., 2010, [A&A](#), **510**, [A43](#)
- Chambers K., Pan-STARRS Team 2018, in American Astronomical Society Meeting Abstracts #231. p. 102.01
- Chapman C. R., 2004, [Earth and Planetary Science Letters](#), **222**, 1
- Chapman C. R., McCord T. B., Johnson T. V., 1973, [AJ](#), **78**, 126
- Chapman C. R., Morrison D., Zellner B., 1975, [Icarus](#), **25**, 104
- Cloutis E. A., et al., 2013, [Icarus](#), **223**, 850
- Colazo M., Cabral J. B., Chalela M., Sánchez B. O., 2022a, [Astronomy and Computing](#), **38**, 100533
- Colazo M., Alvarez-Candal A., Duffard R., 2022b, [A&A](#), **666**, [A77](#)
- Dandy C. L., Fitzsimmons A., Collander-Brown S. J., 2003, [Icarus](#), **163**, 363
- DeMeo F. E., Carry B., 2014, [Nature](#), **505**, 629
- DeMeo F. E., Binzel R. P., Slivan S. M., Bus S. J., 2009, [Icarus](#), **202**, 160
- DeMeo F. E., Alexander C. M. O., Walsh K. J., Chapman C. R., Binzel R. P., 2015, in , Asteroids IV. The University of Arizona Space Science Series, pp 13–41, [doi:10.2458/azu\\_uapress\\_9780816532131-ch002](#)
- Dermott S. F., Harris A. W., Murray C. D., 1984, [Icarus](#), **57**, 14
- Dovgopol A. N., Kruglyi I. N., Shevchenko V., 1992, [Acta Astronomica](#), **42**, 67
- Duffard R., Roig F., 2009, [Planet. Space Sci.](#), **57**, 229
- Duffard R., de León J., Licandro J., Lazzaro D., Serra-Ricart M., 2006, [A&A](#), **456**, 775
- Evans D. W., et al., 2018, [A&A](#), **616**, [A4](#)
- Faes D., 2012, [Journal of Colloid and Interface Science](#), **3**, E1
- Farinella P., Paolicchi P., Zappala V., 1981, [A&A](#), **104**, 159
- Farinella P., Froeschlé C., Froeschlé C., Gonczi R., Hahn G., Morbidelli A., Valsecchi G. B., 1994, [Nature](#), **371**, 314
- Fauvaud S., Fauvaud M., 2013, [Minor Planet Bulletin](#), **40**, 224
- Fernández Y. R., Sheppard S. S., Jewitt D. C., 2003, [AJ](#), **126**, 1563
- Fitzsimmons A., Dahlgren M., Lagerkvist C. I., Magnusson P., Williams I. P., 1994, [A&A](#), **282**, 634
- Fleming H. J., Hamilton D. P., 2000, [Icarus](#), **148**, 479
- Fornasier S., Dotto E., Hainaut O., Marzari F., Boehnhardt H., De Luise F., Barucci M. A., 2007, [Icarus](#), **190**, 622



- Fornasier S., Clark B. E., Dotto E., 2011, *Icarus*, **214**, 131
- Fulchignoni M., Barucci M. A., di Martino M., Dotto E., 1995, *A&A*, **299**, 929
- Fulvio D., Brunetto R., Vernazza P., Strazzulla G., 2012, *A&A*, **537**, L11
- Fulvio D., Perna D., Ieva S., Brunetto R., Kanuchova Z., Blanco C., Strazzulla G., Dotto E., 2016, *MNRAS*, **455**, 584
- Gaffey M. J., Burbine T. H., Binzel R. P., 1993, *Meteoritics*, **28**, 161
- Gaffey M. J., Cloutis E. A., Kelley M. S., Reed K. L., 2002, in , Asteroids III. pp 183–204
- Gaia Collaboration et al., 2018, *A&A*, **616**, A13
- Gehrels T., Tedesco E. F., 1979, *AJ*, **84**, 1079
- Gil-Hutton R., Brunini A., 2008, *Icarus*, **193**, 567
- Gomes R., Nesvorný D., 2016, *A&A*, **592**, A146
- Gomes R., Levison H. F., Tsiganis K., Morbidelli A., 2005, *Nature*, **435**, 466
- Granvik M., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Bottke W. F., Nesvorný D., Jedicke R., 2017, *A&A*, **598**, A52
- Groeneveld I., Kuiper G. P., 1954, *ApJ*, **120**, 200
- Grosbol P., Tody D., 2010, arXiv preprint arXiv:1004.4430
- Gunn J. E., et al., 2006, *AJ*, **131**, 2332
- Hammergren M., Gyuk G., Puckett A., 2006, *arXiv e-prints*, pp astro-ph/0609420
- Hanus J., Durech J., 2011, in Solar System Science Before and After Gaia. p. 16
- Harris A. W., 1977, in Bulletin of the American Astronomical Society. p. 461
- Harris A. W., 1994, in Kozai Y., Binzel R. P., Hirayama T., eds, Astronomical Society of the Pacific Conference Series Vol. 63, 75 Years of Hirayama Asteroid Families: The Role of Collisions in the Solar System History. p. 125
- Harris A. W., 1996, in AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting #27. p. 5.01
- Harris A. W., Burns J. A., 1979, *Icarus*, **40**, 115
- Harris A. W., Young J. W., 1988, in Lunar and Planetary Science Conference. p. 447
- Hestroffer D., Dell’Oro A., Cellino A., Tanga P., 2010, in Souchay J., Dvorak R., eds, , Vol. 790, Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag. Springer, pp 251–340, doi:10.1007/978-3-642-04458-8\_6
- Howell S. B., et al., 2014, *PASP*, **126**, 398
- Huaman M. E., Carruba V., Domingos R. C., 2014, *MNRAS*, **444**, 2985
- Huang C., Ma Y. H., Zhao H. B., Lu X. P., 2016, *Acta Astronomica Sinica*, **57**, 526

- Huber D., Bryson S. T., 2016, K2: Extending Kepler's Power to the Ecliptic: Ecliptic Plane Input Catalog, Kepler Science Document KSCI-19082-013
- Huet F., Fornas G., Fornas A., 2023, *Minor Planet Bulletin*, [50](#), [170](#)
- Hunter J. D., 2007, *Computing in science & engineering*, [9](#), [90](#)
- Ieva S., Dotto E., Lazzaro D., Perna D., Fulvio D., Fulchignoni M., 2016, *MNRAS*, [455](#), [2871](#)
- Ieva S., et al., 2018, *A&A*, [615](#), [A127](#)
- Ivezić Ž., et al., 2001, *AJ*, [122](#), [2749](#)
- Jaumann R., et al., 2012, *Science*, [336](#), [687](#)
- Jazayeri M., 2007, in *Future of Software Engineering (FOSE'07)*. pp 199–213
- Jester S., et al., 2005, *AJ*, [130](#), [873](#)
- Jewitt D., Luu J., Rajagopal J., Kotulla R., Ridgway S., Liu W., Augusteijn T., 2017, *ApJL*, [850](#), [L36](#)
- Jones L., Ivezić Z., 2015, *Proceedings of the International Astronomical Union*, [10](#)
- Kessy A., Lewin A., Strimmer K., 2018, *The American Statistician*, [72](#), [309](#)
- Kirkwood D., 1867, *Meteoric astronomy: a treatise on shooting-stars, fireballs, and aerolites*.
- Koff R. A., 2006, *Minor Planet Bulletin*, [33](#), [31](#)
- Lagerkvist C. I., Magnusson I., Belskaya A., Erikson M., Dohlgren M., Barucci M. A., 1995, NASA Planetary Data System, [pp EAR-A-3-DDR-APC-LIGHTCURVE-V1.0](#)
- Lazzaro D., et al., 2000, *Science*, [288](#), [2033](#)
- Levison H. F., et al., 2021, *The Planetary Science Journal*, [2](#), [171](#)
- Licandro J., Popescu M., Morate D., de León J., 2017, *A&A*, [600](#), [A126](#)
- Mainzer A., et al., 2011, *ApJ*, [743](#), [156](#)
- Mainzer A., et al., 2014, *ApJ*, [792](#), [30](#)
- Malhotra R., 2019, *Geoscience Letters*, [6](#), [12](#)
- Mansour J. A., Popescu M., de León J., Licandro J., 2020, *MNRAS*, [491](#), [5966](#)
- Marchi S., et al., 2012, *Science*, [336](#), [690](#)
- Marciniak A., et al., 2012, *A&A*, [545](#), [A131](#)
- Marciniak A., et al., 2018, *A&A*, [610](#), [A7](#)
- Marciniak A., et al., 2021, *A&A*, [654](#), [A87](#)
- Marrocchi Y., Delbo M., Gounelle M., Jull A. J. T., 2021, *Meteoritics and Planetary Science*, [56](#), [1406](#)
- Martikainen J., Muinonen K., Penttilä A., Cellino A., Wang X. B., 2021, *A&A*, [649](#), [A98](#)

- Marzari F., Scholl H., 1998a, *Icarus*, **131**, 41
- Marzari F., Scholl H., 1998b, *A&A*, **339**, 278
- Marzari F., Scholl H., 2002, *Icarus*, **159**, 328
- McAdoo D. C., Burns J. A., 1973, *Icarus*, **18**, 285
- McFadden L. A. A., Weissman P. R., Johnson T. V., 2007, *Encyclopedia of the solar system*. Academic Press
- McKinney W., et al., 2010, in *Proceedings of the 9th Python in Science Conference*. pp 51–56
- Michałowski T., Kaasalainen M., Polińska M., Marciniak A., Kwiatkowski T., Kryszczyńska A., Velichko F. P., 2006, *A&A*, **459**, 663
- Michtchenko T. A., Lazzaro D., Ferraz-Mello S., Roig F., 2002, *Icarus*, **158**, 343
- Migliorini A., De Sanctis M. C., Michtchenko T. A., Lazzaro D., Barbieri M., Mesa D., Lazzarin M., La Forgia F., 2021, *MNRAS*, **504**, 2019
- Miller J. C., Maloney C. J., 1963, *Communications of the ACM*, **6**, 58
- Minton D. A., Malhotra R., 2009, *Nature*, **457**, 1109
- Mommert M., et al., 2019, *Journal of open source software*
- Morales R., et al., 2022, in *European Planetary Science Congress*. pp EPSC2022–652, [doi:10.5194/epsc2022-652](https://doi.org/10.5194/epsc2022-652)
- Morate D., Licandro J., Popescu M., de León J., 2018, *A&A*, **617**, A72
- Morbidelli A., Gladman B., 1998, *Meteoritics and Planetary Science*, **33**, 999
- Morbidelli A., Nesvorný D., 2020, in Prialnik D., Barucci M. A., Young L., eds, , *The Trans-Neptunian Solar System*. pp 25–59, [doi:10.1016/B978-0-12-816490-7.00002-3](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-816490-7.00002-3)
- Morbidelli A., Emel’yanenko V. V., Levison H. F., 2004, *MNRAS*, **355**, 935
- Morbidelli A., Levison H. F., Tsiganis K., Gomes R., 2005, *Nature*, **435**, 462
- Morbidelli A., Walsh K., Raymond S., O’Brien D., Mandell A., 2011, in *AAS/Division for Extreme Solar Systems Abstracts*. p. 8.02
- Mothé-Diniz T., Carvano J. M. á., Lazzaro D., 2003, *Icarus*, **162**, 10
- Muinonen K., Belskaya I. N., Cellino A., Delbò M., Levasseur-Regourd A.-C., Penttilä A., Tedesco E. F., 2010, *Icarus*, **209**, 542
- National Research Council et al., 2010, *Defending planet earth: Near-Earth-Object surveys and hazard mitigation strategies*. National Academies Press
- Nesvorný D., 2010, *NASA Planetary Data System*, pp [EAR–A–VARGBDET–5–NESVORNYFAM–V1.0](https://pds.nasa.gov/planetary/data/ear-a-vargbdet-5-nesvornyfam-v1.0/)
- Nesvorný D., Roig F., Gladman B., Lazzaro D., Carruba V., Mothé-Diniz T., 2008, *Icarus*, **193**, 85

- Nesvorný D., Vokrouhlický D., Morbidelli A., 2013, *ApJ*, **768**, 45
- Nesvorný D., Brož M., Carruba V., 2015, in , Asteroids IV. pp 297–321, doi:10.2458/azu\_uapress\_9780816532131-ch016
- O'Brien D. P., Sykes M. V., 2011, *Space Sci. Rev.*, **163**, 41
- Ofek E. O., 2012, *ApJ*, **749**, 10
- Olkin C. B., et al., 2021, *The Planetary Science Journal*, **2**, 172
- Oszkiewicz D. A., Bowell E., Wasserman L. H., Muinonen K., Penttilä A., Pieniluoma T., Trilling D. E., Thomas C. A., 2012, *Icarus*, **219**, 283
- Oszkiewicz D., Kankiewicz P., Włodarczyk I., Kryszczyńska A., 2015, *A&A*, **584**, A18
- Oszkiewicz D., Skiff B., Moskovitz N., Kankiewicz P., Marciniak A., Licandro J., Galiazzo M., Zeilinger W., 2018, *Astronomy & Astrophysics*, **610**, C3
- Oszkiewicz D., et al., 2019, *A&A*, **623**, A170
- Oszkiewicz D., et al., 2023, *Icarus*, **397**, 115520
- Pál A., Molnár L., Kiss C., 2018, *PASP*, **130**, 114503
- Pál A., et al., 2020, *ApJS*, **247**, 26
- Pan J., et al., 2022, *The Planetary Science Journal*, **3**, 269
- Paolicchi P., Burns J. A., Weidenschilling S. J., 2002, in , Asteroids III. Richard P. Binzel, Tom Gehrels, Mildred Shapley Matthews, pp 517–526
- Penttilä A., Shevchenko V. G., Wilkman O., Muinonen K., 2016, *Planet. Space Sci.*, **123**, 117
- Penttilä A., Hietala H., Muinonen K., 2021, *A&A*, **649**, A46
- Perna D., Barucci M. A., Fulchignoni M., 2013, *A&ARv*, **21**, 65
- Perna D., et al., 2016, *AJ*, **151**, 11
- Pickering E. C., 1901, *ApJ*, **13**, 277
- Pinilla-Alonso N., et al., 2016, *Icarus*, **274**, 231
- Polakis T., 2018, *Minor Planet Bulletin*, **45**, 199
- Polakis T., Oey J., Colazo M., 2022, *Minor Planet Bulletin*, **49**, 81
- Pravec P., Harris A. W., 2000, *Icarus*, **148**, 12
- Pravec P., Harris A. W., Michalowski T., 2002, in , Asteroids III. Richard P. Binzel, Tom Gehrels, Mildred Shapley Matthews, pp 113–122
- Pravec P., Harris A. W., Kušnirák P., Galád A., Hornoch K., 2012, *Icarus*, **221**, 365
- Pravec P., et al., 2014, *Icarus*, **233**, 48

- Richard P. Binzel Tom Gehrels M. S. M., ed. 1989, Asteroids II
- Ricker G. R., et al., 2015, [Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems](#), 1, 014003
- Riello M., et al., 2021, [A&A](#), 649, A3
- Roh D.-G., Moon H.-K., Shin M.-S., DeMeo F. E., 2022, [A&A](#), 664, A51
- Roig F., Gil-Hutton R., 2006, [Icarus](#), 183, 411
- Roig F., Nesvorný D., 2015, [AJ](#), 150, 186
- Roig F., Nesvorný D., 2015, [The Astronomical Journal](#), 150, 186
- Roig F., Ribeiro A. O., Gil-Hutton R., 2008, [A&A](#), 483, 911
- Ross T., 2009, Fuzzy Logic with Engineering Applications. Wiley, [https://books.google.com.ar/books?id=nhz1f9j6\\_SMC](https://books.google.com.ar/books?id=nhz1f9j6_SMC)
- Royal Astronomical Society 1902, [MNRAS](#), 62, 289
- Russell H. N., 1906, [ApJ](#), 24, 1
- Sako S., et al., 2018, in Evans C. J., Simard L., Takami H., eds, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series Vol. 10702, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy VII. p. 107020J, [doi:10.1117/12.2310049](https://doi.org/10.1117/12.2310049)
- Salo H., 1987, [Icarus](#), 70, 37
- Sanchez J. A., Reddy V., Nathues A., Cloutis E. A., Mann P., Hiesinger H., 2012, [Icarus](#), 220, 36
- Scaltriti F., Zappala V., 1980, [A&A](#), 83, 249
- Schemel M., Brown M. E., 2021, [The Planetary Science Journal](#), 2, 40
- Schenk P., et al., 2012, [Science](#), 336, 694
- Schwamb M. E., et al., 2019, [Research Notes of the AAS](#), 3, 51
- Sergeyev A. V., Carry B., 2021, [A&A](#), 652, A59
- Sheppard S. S., Trujillo C. A., 2006, [Science](#), 313, 511
- Shevchenko V. G., 1996, in Lunar and Planetary Science Conference. p. 1193
- Shevchenko V. G., et al., 2012, [Icarus](#), 217, 202
- Shoemaker E. M., Shoemaker C. S., Wolfe R. F., 1989, in Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds, Asteroids II. pp 487–523
- Showalter M. R., et al., 2020, [Icarus](#), p. 114098
- Slyusarev I. G., Shevchenko V. G., Belskaya I. N., Krugly Y. N., Chiorny V. G., 2012, in 43rd Annual Lunar and Planetary Science Conference. Lunar and Planetary Science Conference. p. 1885
- Solontoi M., et al., 2010, [Icarus](#), 205, 605

- Stansby D., Yeates A., Badman S., 2020, [The Journal of Open Source Software](#), *5*, 2732
- Szabó G. M., Ivezić Ž., Jurić M., Lupton R., 2007, [MNRAS](#), *377*, 1393
- Szabó R., et al., 2016, [A&A](#), *596*, A40
- Tedesco E. F., 1989, in Binzel R. P., Gehrels T., Matthews M. S., eds, Asteroids II. pp 1090–1138
- Tholen D. J., 1984, PhD thesis, University of Arizona
- Thomas P. C., Binzel R. P., Gaffey M. J., Storrs A. D., Wells E. N., Zellner B. H., 1997, [Science](#), *277*, 1492
- Troianskyi V., Kankiewicz P., Oszkiewicz D., 2023, [arXiv e-prints](#), p. arXiv:2303.08499
- Tsiganis K., Gomes R., Morbidelli A., Levison H. F., 2005, [Nature](#), *435*, 459
- Van Cleve J. E., et al., 2016, [PASP](#), *128*, 075002
- Van Rossum G., Warsaw B., Coghlan N., 2001, Python. org, 1565
- VanderPlas J. T., 2018, [The Astrophysical Journal Supplement Series](#), *236*, 16
- Vera C. Rubin Observatory LSST Solar System Science Collaboration et al., 2021, in Bulletin of the American Astronomical Society. p. 236, [doi:10.3847/25c2cfef.d8909f28](#)
- Vereš P., et al., 2015, [Icarus](#), *261*, 34
- Virtanen P., et al., 2020, [Nature Methods](#), *17*, 261
- Walsh K. J., Morbidelli A., Raymond S. N., O'Brien D. P., Mandell A. M., 2011, [Nature](#), *475*, 206
- Walsh K. J., Delbó M., Bottke W. F., Vokrouhlický D., Lauretta D. S., 2013, [Icarus](#), *225*, 283
- Walt S. v. d., Colbert S. C., Varoquaux G., 2011, Computing in science & engineering, *13*, 22
- Warner B. D., Harris A. W., Pravec P., 2009, [Icarus](#), *202*, 134
- Watanabe J., Yoshikawa M., Urakawa S., Usui F., Ohsawa R., Sako S., Arimatsu K., 2016, in 41st COSPAR Scientific Assembly. pp B0.4–77–16
- Wilaver E., Oszkiewicz D., Kryszczyńska A., Muinonen K., MacLennan E., Uvarova E., 2022, in European Planetary Science Congress. pp EPSC2022–1000, [doi:10.5194/epsc2022-1000](#)
- Wisdom J., 1983, [Meteoritics](#), *18*, 422
- Wong I., Brown M. E., 2017, [AJ](#), *153*, 69
- Wright E. L., et al., 2010, [AJ](#), *140*, 1868
- Zappala V., Farinella P., Knezevic Z., Paolicchi P., 1984, [Icarus](#), *59*, 261
- Zappala V., Cellino A., Farinella P., Knezevic Z., 1990, [AJ](#), *100*, 2030
- de León J., et al., 2016, [Icarus](#), *266*, 57
- de la Fuente Marcos C., de la Fuente Marcos R., 2021, [MNRAS](#), *506*, 633



Řurech J., Hanuř J., Alí-Lagoa V., 2018, [A&A](#), 617, A57

Řurech J., Tonry J., Erasmus N., Denneau L., Heinze A. N., Flewelling H., Vančo R., 2020, [A&A](#), 643, A59